

# Электромагнитное поле как единая физическая реальность

Григорий Бугаенко<sup>1</sup> Walter Wegner<sup>2</sup>

1. Действие электромагнитного поля на электрический заряд определяется силой Лоренца:

$$(1) \quad \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B},$$

где первое слагаемое не зависит от скорости заряда  $\vec{v}$ , а второе пропорционально ей. С первым слагаемым принято связывать наличие электрического поля, а со вторым - магнитного. Направление электрического действия поля при  $q > 0$  совпадает с направлением электрической напряженности  $\vec{E}$  (с направлением силовой линии электрического поля в точке нахождения заряда). Сила магнитного действия поля  $\vec{F}_M$  по модулю равна  $F_M = |q|vB \sin(\vec{v}, \vec{B})$  и направлена перпендикулярно к вектору скорости заряда  $\vec{v}$  и вектору магнитной индукции поля  $\vec{B}$  по правилу правого винта (рис.1).

В формуле 1 магнитное действие условно представлено в виде так называемого векторного произведения двух векторов  $q\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , которое записывается в виде  $q\vec{v} \times \vec{B}$ .

Если относительно инерциальной системы отсчета в вакууме имеются одни только неподвижные электрические заряды, обнаруживается лишь электрическое поле (его называют электростатическим), магнитное поле отсутствует. При наличии одних только постоянных токов, протекающих в неподвижных электрически нейтральных проводниках, обнаруживается лишь чистое магнитное поле, электрическое поле отсутствует. При наличии произвольно движущихся зарядов, также переменных токов, поле оказывается и электрическим и магнитным - электромагнитным.

2. Вопрос об относительности электрического и магнитного полей тесно связан с вопросом о том, какие из физических величин являются инвариантами (не изменяются) при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

Ниже будем пользоваться кроме инерциальной системы  $I(0xyz)$  еще инерциальной системой  $II(O'x'y'z')$ , которая движется относительно системы  $I$  в направлении оси  $X$  со скоростью  $V$  (рис.2).

Из ньютоновской механики известно, что при нерелятивистских скоростях (т.е. скоростях значительно меньших скорости света в вакууме:  $v \ll c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{c}$ ) сила инвариантна. Это означает: измеряя некоторую силу неподвижными приборами в системе  $II$  наблюдатель обнаружит то же самое значение, что и другой наблюдатель с неподвижными приборами в системе  $I$ . Свойство инвариантности касается всех сил, в том числе и силы Лоренца (полной!).

Магнитная индукция  $\vec{B}$  в обычных лабораторных условиях эксперимента практически не изменяется при переходе из системы  $I$  в систему  $II$ . Примем здесь это как опытный факт. Теоретическое изучение вопроса показывает, что магнитная индукция получает заметное изменение лишь в случаях, когда выполняются одновременно два условия:

1) скорость инерциальной системы  $II$  должна быть близкой к скорости света

и

2) электрическая напряженность поля очень велика - порядка сотен миллионов вольт на метр.

Отвлекаясь от этих уникальных условий, будем считать  $\vec{B}$  одинаковыми в обеих системах  $I$  и  $II$ .

В формулу Лоренца входит еще заряд  $q$ . Заряд - инвариант, он один и тот же при всех скоростях, в том числе и релятивистских, близких к скорости света. Оставшиеся в формуле Лоренца две величины - скорость заряда  $\vec{v}$  и электрическая напряженность  $\vec{E}$  инвариантами не являются. В отношении скорости это очевидно: если скорость заряда в системе  $I$  равна  $\vec{v}$ , то в системе  $II$  согласно ньютоновской механике при нерелятивистских скоростях ( $v \ll v$ ) она равна  $\vec{v} - \vec{V}$ . Поэтому в системе  $II$  сила Лоренца

$$(2) \quad \vec{F}' = q\vec{E}' + q(\vec{v} - \vec{V}) \times \vec{B}$$

Приравнивая правые части (1) и (2) и сокращая на  $q$ , находим

$$(3) \quad \vec{E}' = \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}$$

Это закон преобразования (правило изменения) электрической напряженности поля из системы  $I$  в систему  $II$ : в системе  $II$  электрическая напряженность получает векторное приращение  $\vec{V} \times \vec{B}$ , которое по модулю равно  $VB \sin(\vec{v}, \vec{B})$  и направлено перпендикулярно к  $\vec{V}$  и  $\vec{B}$ .

Например, если  $V = 10 \frac{m}{c}$ ,  $B = 0,1$  Тл (это довольно сильное магнитное поле), то в случае, когда  $\vec{B}$  направлено параллельно оси  $Y$ , добавка к напряженности  $\vec{E}$ , представляемая вектором  $\vec{V} \times \vec{B}$ , направлена параллельно к оси  $Z$  и по модулю равна  $VB = 10 \cdot 0,1 = 1(\frac{B}{m})$ . Такую добавку легко обнаружить в эксперименте.

Точная формула для любых скоростей (разумеется, меньших скорости света) и каких угодно значений  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  выводится в теории относительности:

$$(4) \quad \vec{E}' = \frac{\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Когда ограничения на скорости и поля сняты, нужно считаться с возможностью указанных выше уникальных случаев, и тогда следует пользоваться точной формулой также и для  $\vec{B}'$ :

$$(5) \quad \vec{B}' = \frac{\vec{B} - \frac{1}{c^2} \vec{V} \times \vec{E}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Следовательно, в первом приближении (которое охватывает фактически все обычные случаи) при переходе  $I \rightarrow II$  магнитная индукция не изменяется. В особых случаях ( $V \approx c$ ,  $E \approx 10^8 \frac{B}{m}$ ) ее изменение в первом приближении равно:

$$(6) \quad \vec{B}' \approx \vec{B} - \frac{1}{c^2} \vec{V} \times \vec{E}$$

(значение радикала в (5) приближенно взято равным 1). Дадим примерную оценку изменения индукции. Пусть скорость системы  $II$  равна  $V = 10^4 \frac{m}{c}$ , электрическая напряженность  $E = 10^8 \frac{B}{m}$ .

Согласно (6) добавка (берем случай когда  $\vec{E}$  параллельно оси  $Y$ ) равна

$$\frac{1}{c^2} V E = \frac{I}{(3 \cdot 10^8)^2} \cdot 10^4 \cdot 10^8 = \frac{1}{9} \cdot 10^{-4} \approx 10^{-5} \text{ Тл}$$

Следовательно, даже при скоростях, сравнимых с космическими, и большой электрической напряженности, изменение магнитной индукции окажется существенным в процентном отношении только в достаточно слабых магнитных полях. Например, если  $B = 10^{-3}$  Тл, то добавка будет составлять не больше 1% (нужно учесть, что в формуле (6) сложение векторное). Сильные же магнитные поля практически не изменяются даже и в особых случаях. При обычных скоростях, например,  $V = 10 \frac{m}{c}$ , и  $E = 10^8 \frac{B}{m}$  добавка в (6) составляет уже только  $10^{-8}$  Тл; это означает, что и в значительно более сильном поле напряженностью  $E \approx 10^{11} \frac{B}{m}$ , добавка эта не будет превышать 1%. В обычных лабораторных условиях напряженность такого порядка даже не встречается (такая и на несколько порядков больше напряженность достигается только на орбитах электронов в атомах).

3. Выше были использованы векторные обозначения; при желании их можно избежать. Покажем, например, как вывести и как представить формулы, выражающие преобразование (3).

Пусть в пространстве существует произвольное электромагнитное поле (оно может быть и изменяющимся во времени) и в нем движется электрон. В той точке, где в данный момент находится электрон, электрическую напряженность обозначим в системе  $I$  через  $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ , а в системе  $II$  через  $\vec{E}'(E'_x, E'_y, E'_z)$ ; магнитная индукция в системе  $I$   $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ , а в системе  $II$   $\vec{B}'(B'_x, B'_y, B'_z)$ .

Рассмотрим случай, когда скорость электрона в рассматриваемый момент в системе  $II$  равна нулю (это предположение не существенно, оно только упрощает вычисления, которые можно провести и при скорости, отличной от нуля). В системе  $II$ , где скорость электрона в данный момент равна нулю, на электрон действует только электрическая сила

$$e\vec{E}'(eE_x, eE_y, eE_z),$$

магнитная сила отсутствует; проекции полной силы равны:

$$(7) \quad F'_x = eE'_x \quad F'_y = eE'_y \quad F'_z = eE'_z$$

Выразим эту силу в системе  $I$ . Т.к. скорость электрона относительно системы  $II$  в данный момент равна нулю, а сама система  $II$  движется со скоростью  $V$  относительно системы  $I$ , скорость электрона относительно системы  $I$  равна  $V$  и направлена параллельно оси  $X$ . Поэтому на электрон в



системе  $I$  действует и электрическая сила  $e\vec{E}'(eE_x, eE_y, eE_z)$ , и магнитная. Проекции магнитной силы Лоренца, как нетрудно убедиться, равны  $0, -eVB_z, eVB_y$ <sup>1</sup>. Полная сила Лоренца, действующая на электрон в системе  $I$ , имеет проекции:

$$(8) \quad F_x = eE_x \quad F_y = eE_y - eVB_z \quad F_z = eE_z + eVB_y$$

Учитывая, что при нерелятивистских скоростях сила не изменяется, приравняем проекции сил согласно (7) и (8) и сокращаем затем на заряд  $e$ ; получаем:

$$(9) \quad E'_x = E_x \quad E'_y = E_y - VB_z \quad E'_z = E_z + VB_y$$

Эти формулы равносильны одной векторной формуле (3); их можно рассматривать как результат проектирования (3) на оси координат.

4. Подведем итог. На движущийся в электромагнитном поле заряд  $q$  действует сила Лоренца:

в системе  $I$

$$(10) \quad \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B}$$

где  $\vec{v}$  - скорость заряда относительно системы  $I$ ;  
в системе  $II$

$$(11) \quad \vec{F}' = q\vec{E}' + q\vec{V}' \times \vec{B}',$$

где  $\vec{v}'$  - скорость заряда относительно системы отсчета  $II$ ;  $\vec{E}, \vec{B}$  - электрическая напряженность и магнитная индукция поля в системе  $I$ ,  $\vec{E}', \vec{B}'$  - в системе  $II$ .

Формула Лоренца верна при любых значениях входящих в нее величин в любой инерциальной системе отсчета. Однако нужно различать два случая: 1) скорости нерелятивистские и 2) скорости релятивистские.

В случае нерелятивистских скоростей можно с большой точностью считать, что  $\vec{F}' = \vec{F}$ ,  $\vec{B}' = \vec{B}$ ,  $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$  а  $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}$ . При

<sup>1</sup>На заряд, движущийся со скоростью  $\vec{v}(0, v, 0)$  в поле  $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$  действует сила Лоренца, составляющие которой по осям вычисляются по общему правилу, сформулированному в начале статьи.

замене системы отсчета в этом первом случае неизменными остаются: полная сила Лоренца, магнитная индукция и величина электрического заряда. Изменяются: скорость заряда и электрическая напряженность поля. Однако, хотя каждое в отдельности слагаемое формулы Лоренца и изменяется, но суммарное действие электромагнитного поля на движущийся заряд остается неизменным.

В другом случае, при релятивистских скоростях, все выглядит иначе. Изменяются не только отдельные слагаемые силы Лоренца, но и суммарное действие электромагнитного поля на заряд. Изменяется также магнитная индукция поля и его электрическая напряженность (формулы (4),(5)). Неизменной остается только величина электрического заряда. В дополнение отметим, что при любых скоростях сохраняется структура формулы Лоренца.

Все это означает, что электрическая напряженность и магнитная индукция относительны: в разных инерциальных системах их значения вообще различны. Более того, само существование электрического и магнитного поля относительно! Убедимся, что это верно даже при нерелятивистских скоростях.

Пусть в системе отсчета  $I$  существует электрическое поле  $\vec{E}(0, E_y, 0)$  и магнитное поле  $\vec{B}(0, 0, B_z)$  - оба однородные, стационарные (рис.3). В системе  $II$  магнитное поле будет практически таким же. Однако электрическое поле согласно (9) другое:  $E'_y = E_y - VB_z$  (в этом можно убедиться и непосредственно, написав сначала силу Лоренца, действующую на неподвижный в системе  $II$  заряд, а затем сократив равенство на  $q$ ). Поставим вопрос: нельзя ли подобрать скорость  $V$  так, чтобы оказалось  $\vec{E}'_y = 0$ . Ответ очевиден: если  $E'_y = E_y - VB_z$ , то находим:

$$(12) \quad V = \frac{E_y}{B_z} = c \left( \frac{E_y}{cB_z} \right)$$

Т.к. должно быть  $V < c$ , то настоящий случай реализуется, когда  $E_y < cB_z$ .

Вывод: если в системе отсчета  $I$  существует электрическое поле  $\vec{E}(0, E_y, 0)$  и магнитное поле  $\vec{B}(0, 0, B_z)$  и если при этом  $E_y < cB_z$ , то в системе отсчета  $II$ , которая движется со скоростью (12), наблюдается одно только магнитное поле.

Этот вывод остается правильным и при релятивистских скоростях (достаточно воспользоваться формулой (4)).

Рассмотрим другой возможный случай. Пусть в системе  $I$  существует как и раньше электрическое поле  $\vec{E}(0, E_y, 0)$  и магнитное поле  $\vec{B}(0, 0, B_z)$ . Согласно (5):

$$\vec{B}'_z = \frac{\vec{B}_z - \frac{1}{c^2} \vec{V} \vec{E}_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Быясним, с какой скоростью  $V$  должна двигаться система  $II$ , чтобы в ней отсутствовало магнитное поле. Условие  $B'_z = 0$  означает:

$$\vec{B}_z - \frac{1}{c^2} \vec{V} \vec{E}_y = 0,$$

откуда:

$$(13) \quad v = c \left( \frac{cB_z}{E_y} \right)$$

Поскольку  $V < C$ , то должно быть  $cB_z < E_y$ .

Вывод : если в системе  $I$  существует электрическое поле  $\vec{E}(0, E_y, 0)$  и магнитное поле  $\vec{B}(0, 0, B_z)$  и, если при этом  $cB_z < E_y$ , то в системе  $II$ , которая движется со скоростью (13) наблюдается одно только электрическое поле (рис.4).

Здесь с самого начала была использована точная формула для  $B'_z$ ; поэтому и этот второй вывод относится к любым скоростям, включая релятивистские.

Из этих примеров видно, что в природе нет чисто электрического поля, которое сохранялось бы в этом своем качестве во всех инерциальных системах отсчета. Нет аналогично и чисто магнитного поля. Физической реальностью является электромагнитное поле, электрические и магнитные действия которого различны в различных инерциальных системах отсчета.

В заключение приведем два примера.

Пример 1. В современных физических лабораториях по исследованию элементарных частиц используются очень сильные поля, индукция которых равна десяткам тысяч гаусс и больше (единица СИ магнитной индукции - тесла:  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ ). Предположим, что в системе  $I$  существует сильное магнитное поле, индукция которого  $B_z = 1 \text{ Тл}$  и слабое электрическое поле с напряженностью  $E_y = 10 \text{ В/м}$ .

В системе  $II$  наблюдается только одно магнитное поле и согласно (12) скорость системы  $II$  равна:

$$v = c \left( \frac{E_y}{cB_z} \right), \quad v = 3 \cdot 10^8 \frac{10}{3 \cdot 10^8 \cdot 1} = 10(m/C).$$

Индукция магнитного поля в системе  $II$  согласно (13) (с учетом, что  $\frac{1}{c^2} E_y = vB_z$ ) равна:

$$B'_z = B_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$B'_z = 1 \sqrt{1 - \frac{10^2}{(3 \cdot 10^8)^2}} \approx 1 - \frac{1}{2 \cdot 9 \cdot 10^{14}} \approx 1 \text{ (Тл)}$$

Магнитное поле в системе  $II$  в рассматриваемом случае почти не отличается от поля в системе  $I$ , тогда как электрическое поле полностью отсутствует.

Пример 2. В электротехнике, в ускорителях элементарных частиц, при высоковольтных разрядах и пр. встречаются напряженности полей в несколько миллионов вольт на метр. В атомах на орбитах электронов (модель Бора) напряженность значительно больше:  $E = 10^{11} - 10^{17} \text{ В/м}$ . Еще на несколько порядков она выше на поверхности тяжелых ядер ( $\sim 10^{22} \text{ В/м}$ ).

Пусть в системе  $I$  имеется сильное электрическое поле напряженности  $E_y = 10^9 \text{ В/м}$  и слабое магнитное поле, индукция которого  $B_z = 10^{-4} \text{ Тл}$ .

Скорость системы  $II$ , в которой будет обнаружено одно только электрическое поле, равна:

$$v = \frac{c^2 B_z}{E_y} = \frac{10^{-4}}{10^9} (3 \cdot 10^8)^2 = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{m}{c} \right)$$

Как видим, скорость системы  $II$  космическая. Напряженность электрического поля в системе  $II$  согласно (4) (с учетом  $vE_y = c^2 B_z$ ) равна:

$$E'_y = E_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad E'_y = 10^9 \sqrt{1 - \left( \frac{9 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} \right)^2} \approx 10^9 \left( \frac{B}{m} \right),$$

т.е. она практически такая же, как в системе  $I$ .

Появление или исчезновение какого-либо из двух полей - электрического



или магнитного - связано с выбором системы отсчета. Однако, если электромагнитное поле переменное во времени и пространстве, то никаким выбором системы отсчета нельзя полностью избавиться от одного из них в конечном объеме, т.к. в природе не существует меняющегося во времени чисто электрического или чисто магнитного поля. Если поле переменное, в данной точке наблюдения можно избавиться от любого из двух векторов  $\vec{E}$  или  $\vec{B}$  путем перехода в движущуюся систему, однако лишь в данный момент времени.

## Литература

- [1] Р. Фейман и др. Феймановские лекции по физике. - 1966, Мир, М., т.5. -с.266.
- [2] В.А.Угаров. Специальная теория относительности. - 1977, - М., Наука. -с.193.

Черкасский пединститут<sup>1</sup>  
Черкассы 257000  
ул. К. Маркса 24

*Institut Matematyki WSP*<sup>2</sup>  
*ul. Chodkiewicza 30*  
*85-064 Bydgoszcz, POLAND*

*Received before 23.12.1988*

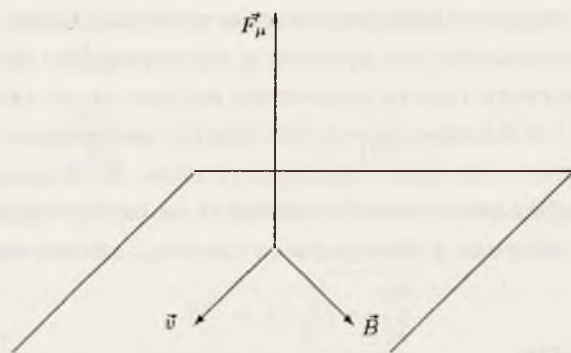


Рис. 1

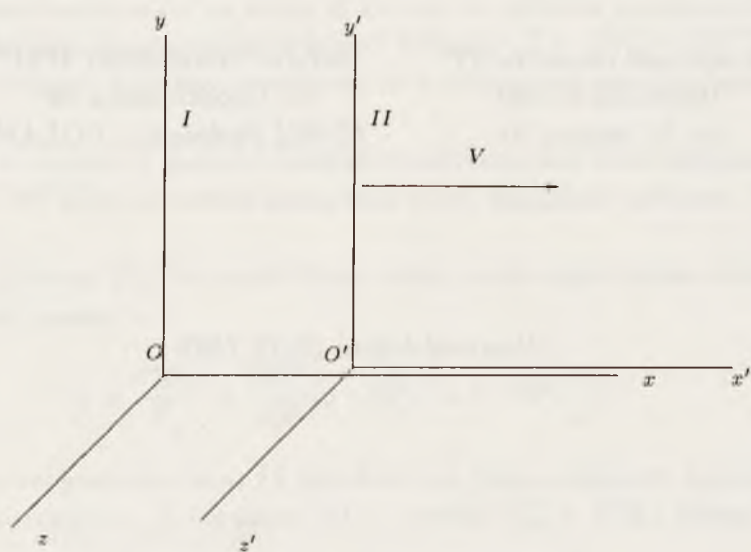


Рис. 2

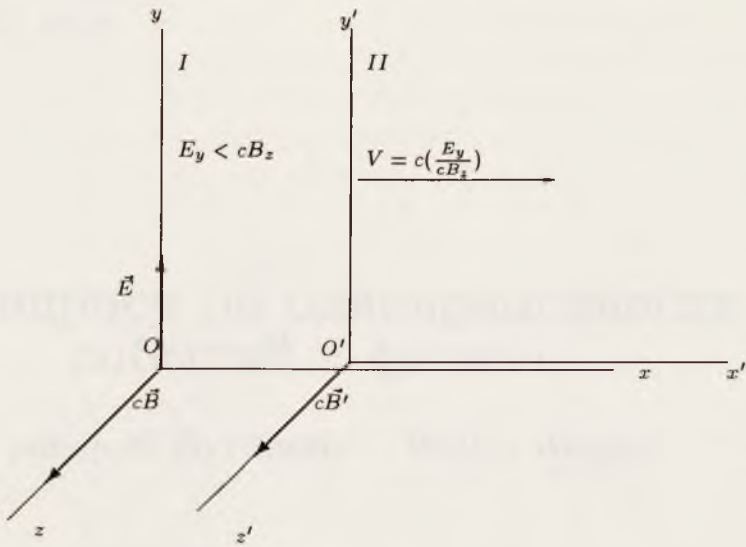


Рис. 3

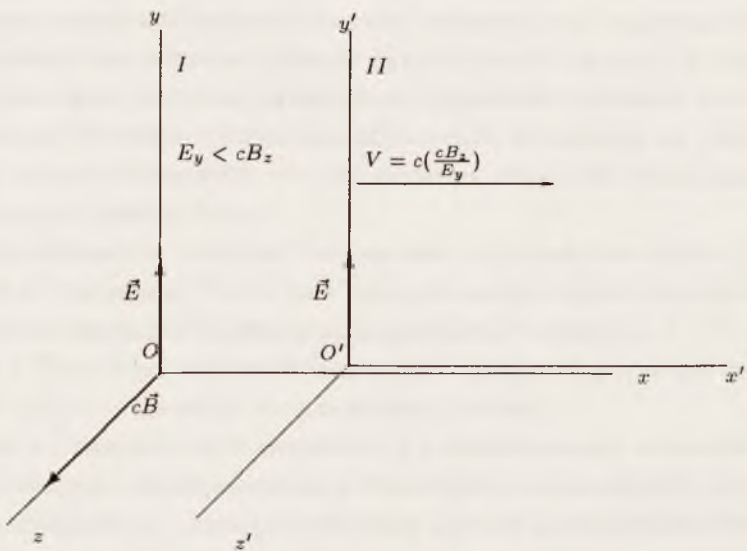


Рис. 4