

**Maciej M. Sysło**

Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki

ORCID: 0000-0002-2940-8400

## NA RATUNEK UCZĄCYM SIĘ MATEMATYKI W SZKOŁACH Jak moglibyśmy się uczyć<sup>1</sup>, III

Poziom i skuteczność nauczania matematyki w polskich szkołach jest w stanie uratować strategia **równych szans**, czyli skupienie uwagi na uczniu, jego indywidualnych możliwościach, zainteresowaniach i potrzebach, w przeciwieństwie do usilnych starań przygotowania wszystkich uczniów według programów nauczania bazujących na tej samej podstawie programowej do tego samego egzaminu, co, jak pokazuje Raport NIK-u, przynosi szkody przede wszystkim samym uczniom. Realizacja zaleceń Raportu nie jest jednak w stanie uzdrowić aktualnego stanu. Szansą na zmianę jest ukierunkowanie kształcenia matematycznego uczniów na ich indywidualne możliwości i zainteresowania. Nie mniej ważne jest również uwzględnienie w nauczaniu matematyki ewolucji samej matematyki w dzisiejszym świecie, by przygotować uczniów na czekające ich wyzwania niemal w każdym obszarze życia osobistego i zawodowego.

**Słowa kluczowe:** matematyka, współczesna matematyka, myślenie algorytmiczne, myślenie komputacyjne, kształcenie matematyczne, podstawa programowa, matura, równe szanse uczniów, wyrównywanie szans uczniów

Wyniki zebrane przez Najwyższą Izbę Kontroli, dotyczące efektów nauczania matematyki w polskich szkołach, zostały podsumowane w Raporcie oględnym stwierdzeniem, które nikogo specjalnie nie zaskoczyło, że „z nauczaniem matematyki w polskich szkołach nie jest najlepiej” i nieco dokładniejszą diagnozą, że „forma i sposób jej nauczania nie sprzyja pełnemu rozwojowi kompetencji matematycznych u uczniów”. Raportowi towarzyszą opinie uznanych ekspertek – prof. Edyty Gruszczyk-Kolczyńskiej i prof. Małgorzaty Makiewicz, a sam Raport zamykają zalecenia, jak naprawić aktualną sytuację. Jednym z nich, któremu sprzeciwiło się Mi-

---

<sup>1</sup> Podtytuł tego artykułu jest parafrazą tytułu eseju Vannevara Busha *As We May Think* z 1945 roku. Jest to III wypowiedź autora w tym duchu.

nisterstwo Edukacji Narodowej, jest rozważenie możliwości zawieszenia obowiązkowej matury z matematyki do czasu poprawy skuteczności nauczania tego przedmiotu. Pojawiło się też wiele głosów i opinii w mediach.

### Uważam,

uzasadniając dalej, że uwzględnienie wniosków i realizacja zaleceń Raportu oraz Pań ekspertek nie jest w stanie ruszyć w górę, poza niewielkimi wahaniami, słupków statystycznych badań prowadzonych w kraju czy za granicą, a przede wszystkim nie zwiększy poziomu wiedzy, umiejętności i kompetencji matematycznych uczniów w polskich szkołach. To normalne – podsumowałby statystyk. Żadne działania naprawcze nie zmienią wyraźnie matematycznych osiągnięć naszych uczniów, jeśli KAŻDY uczeń w klasach 1-8 (podobnie na wyższym etapie w zakresie podstawowym) ma uczyć się według tej samej podstawy programowej, czyli uczyć się TEGO SAMEGO (szkolne programy nauczania muszą być zgodne z podstawą programową), a zwłaszcza zdawać TAKI SAM egzamin (gimnazjalisty, ośmioklasisty, maturę podstawową).

Nie od dzisiaj wiadomo – dzisiaj tylko badania nad mózgiem to potwierdzają – że każdy uczeń jest inny, każdy mózg jest inny, a słowami technologii – każdy mózg jest inaczej okablowany. Ale o tym wiedzieli już twórcy *Ustawy o systemie Oświaty*, pisząc w jej preambule, że<sup>2</sup>:

Szkola winna zapewnić KAŻDEMU uczniowi warunki niezbędne do JEGO ROZWOJU, przygotować go do wypełniania obowiązków rodzinnych i obywatelskich w oparciu o ZASADY solidarności, DEMOKRACJI, tolerancji, SPRAWIEDLIWOŚCI i WOLNOŚCI.

Jednolita podstawa programowa matematyki (jak i innych przedmiotów) utrudnia realizację tej misji Oświaty, nie zapewnia bowiem uczniowi JEGO w pełni osobistego ROZWOJU i stoi w sprzeczności z zasadami DEMOKRACJI i WOLNOŚCI jego wyborów, których faktycznie on nie ma.

Nie odwołuję się w tej wypowiedzi do żadnej teorii uczenia się czy do jakichkolwiek badań, w szczególności dotyczących matematyki. Przekonać mogłyby mnie jedynie badania, które pokazują, że wszystkich uczniów można nauczyć tego samego, w szczególności z matematyki, co jednak przeczyłoby wynikom Raportu NIK, a zwłaszcza wynikom badań prof. E. Gruszyk-Kolczyńskiej cytowanym w jej ekspertyzie. Wśród teorii nauczania jestem zwolennikiem spiralnego kształcenia J. Brunera, według którego (*The Process of Education*): „One starts somewhere – where the learner is. And one starts **whenever** the student arrives to begin his career as a learner”. A więc – Głupcze –

UCZEŃ najpierw,

a nie podstawa programowa czy inne, narzucone i ograniczające go ramy systemu edukacji.

---

<sup>2</sup> Poza akronimami wielkie litery służą do podkreślenia wybranych fragmentów tekstu.

## Proponuję więc

zacząć działania naprawcze od rewizji „instytucji” podstawy programowej, by jej konstrukcja spowodowała, że na pierwszym planie pojawi się uczeń, w całej krasie swej różnorodności. Wystarczy, by przestała być tak szczegółowa, jak program nauczania, wtedy będzie można tworzyć w szkołach różne „rodzaje matematyk” o zakresie odpowiednim do możliwości, zainteresowań i potrzeb uczniów. Niestety, Raport NIK-u traktuje podstawę programową jak świętość nie do ruszenia, podobnie Panie ekspertki. Te różne matematyki mogłyby być kontynuowane przez wszystkie etapy kształcenia i kończyć się ewentualnie egzaminami lub maturą do wyboru przez uczniów<sup>3</sup>, dostosowanymi do zakresu ich kształcenia. A zatem, egzaminy i matura również musiałyby ulec zmianie, a same przedmioty matematyczne nie musiałyby zajmować takiego samego czasu zajęć, zostawiając zaoszczędzony czas na kształcenie innych kompetencji na zajęciach, którymi uczniowie byłby bardziej zainteresowani niż matematyką. Matematyka pozostawałaby obowiązkowa, ewentualnie nawet z obowiązkowym zakresem jej podstaw, ale uwzględnienie zdiagnozowanych możliwości i zainteresowań uczniów, jak również ich potrzeb w zakresie nauczania byłoby źródłem ich motywacji i efektów kształcenia, które wzmacniałyby tylko ich zaangażowanie. Zmuszanie, jak obecnie, do nabywania wiedzy i umiejętności matematycznych nie do opanowania lub zbyt dużym wysiłkiem jest źródłem stresu i frustracji uczniów – ludzie się boją tego, czego nie rozumieją – i w rezultacie prowadzi do nawarstwiania się zaległości, z czasem nie do nadrobienia, co widać na zaprezentowanych w Raporcie NIK-u słupkach, malejących z latami pobytu uczniów w szkole.

## Wnioski i zalecenia Raportu NIK

skierowane do MEN i do organów prowadzących, a dotyczące: materiałów dydaktycznych, podstawy programowej, wsparcia nauczycieli, indywidualnych form pracy z uczniem, modyfikacji egzaminu maturalnego albo nie mogą być zrealizowane w obecnym systemie jednolitej podstawy programowej, a zwłaszcza takiego samego egzaminu, albo nie spowodują żadnych znaczących zmian w kształceniu matematycznym.

Skądinąd cenne zalecenia wsparcia nauczycieli matematyki, warte są jednak lepszej sprawy – przygotowania ich na zróżnicowane zainteresowania i możliwości uczniów, nie po to jednak, by zrównać osiągnięcia wszystkich uczniów, co jest niemożliwe, jak pokazują dane w Raporcie NIK-u. Na co przyda się nauczycielowi

umiejętność rozpoznawania uzdolnień u dzieci; rozpoznawania specyficznych trudności uczniów w nauce matematyki; rozpoznania poziomu wiedzy i umiejętności matematycznych uczniów pod kątem indywidualnych form pracy; organizacja lekcji w podziale na grupy, odpowiednio do poziomu umiejętności uczniów; doskonalenia kompetencji [...] w zakresie: rzeczywistych możliwości umysłowych dzieci i specyfiki uczenia się matematyki?

<sup>3</sup> W Raporcie przytacza się kraje, w których egzaminy i matura z matematyki nie są obowiązkowe lub są przeprowadzane w różnych zakresach (jak np. w Singapurze czy Wielkiej Brytanii).

Nawet jeśli ci najłabsi i ci najmocniejsi uczniowie trafią do różnych grup w klasie, to zajęcia i tak odbywają się w jednej klasie i prowadzi je ten sam nauczyciel, który ma zrealizować, być może własny program nauczania, ale będący realizacją tej samej podstawy programowej, i ma przede wszystkim przygotować wszystkich uczniów do tego samego egzaminu, bez względu na wcześniej zdiagnozowane ich możliwości i predyspozycje. W rezultacie jedynym indywidualnym potraktowaniem uczniów jest wystawienie im indywidualnych ocen końcowych, jednak na tej samej skali, czyli porównując najłabszego z najmocniejszym, a nie oceniając indywidualne osiągnięcia na skali indywidualnych możliwości uczniów.

Warto bliżej pochylić się nad konkluzjami z wieloletnich badań prof. Gruszczycy-Kolczyńskiej, odnoszącymi się do początków formalnej edukacji uczniów. Z tych badań wynika, że dzieci obdarzone zadatkami uzdolnień matematycznych w nauczaniu początkowym po kilku miesiącach pobytu w szkole są spychane do poziomu przeciętnych uczniów i z latami ta tendencja się nasila. Jaki jest powód, że „przestają one manifestować swoje wybitne możliwości umysłowe”? Pamiętam opinię po wydaniu *Naszego elementarza* (przyczajam z pamięci), w której Pani Profesor krytykowała m.in. nakładanie przez nauczycieli (a faktycznie przez ten podręcznik) takich samych ograniczeń na wszystkich uczniów (np. wszystkie dzieci w pierwszym semestrze pierwszej klasy mogły liczyć tylko do dziesięciu, nawet jeśli potrafiły już do 100). W tym przypadku to produkt podstawy programowej i decyzji MEN w postaci jednego i tego samego elementarza nakładał te same ograniczenia na wszystkie dzieci w polskich szkołach – to również krytykowała Pani Profesor. Dlaczego z tym nie zerwać i od początku szkolnej edukacji uwzględnić indywidualne predyspozycje uczniów, nie tylko do matematyki, i takie podejście utrzymywać aż do końca edukacji szkolnej, a uczniowie podziękują za to szkole, bo przygotowuje ich do najlepszych dla nich wyborów na kolejne lata kształcenia i w pracy zawodowej?

W badaniach dotyczących matematycznych uzdolnień uczniów na początku edukacji wczesnoszkolnej, jak i przy przejściu na poziom kształcenia przedmiotowego, należałoby jeszcze przekonać się, czy w świecie ucznia, nawet tego matematycznie najzdolniejszego, nie pojawiają inne, silniejsze zainteresowania, które spychają zainteresowania i uzdolnienia matematyczne na plan dalszy. Takie może być źródło matematycznych trudności dziewczynek w porównaniu z chłopcami (patrz *Newsweek Edukacja*, 2019) – „dziewczęce” zainteresowania i stronięcie dziewcząt od zainteresowań chłopców wyraźnie separuje te dwie grupy uczniów na długie lata w szkole, co obecnie jest przedmiotem troski większości systemów edukacyjnych na świecie. Wszyscy zapewne znamy ze swojego otoczenia szkolnego i dorosłego wiele osób, które nie miały w szkole kłopotów z matematyką, ale przedkładały zainteresowania i edukacyjny rozwój w innych obszarach. To kolejna grupa kandydatów, bardzo niejednorodna, ale liczna, do indywidualnego potraktowania na matematyce i innych przedmiotach szkolnych, która na tej samej skali osiągnięć matematycznych może obniżyć słupki z badań.

Słupki z Raportu NIK-u dobitnie ilustrują, że dalsze z latami przymuszanie uczniów do uczenia się tego, do czego nie mają predyspozycji i stracili zainteresowanie, tylko obniża wyniki. A stracili zainteresowanie, bo nie mieli go od początku do tej matematyki, którą się im serwuje. Czy to nie jest ewidentną oznaką, że to nie jest odpowiedni dla ucznia poziom, jego możliwości, zainteresowania? Im prędzej to się zdiagnozuje i zapobiegnie temu, tym prędzej skieruje ucznia na właściwą dla niego drogę rozwoju kompetencji matematycznych.

## W reakcji MEN na Raport NIK

podniesiono, że „nowa podstawa programowa podkreśla rozwijanie kompetencji innowacyjnych uczniów, m.in. przez stosowanie innowacyjnych metod nauczania, jak np. metoda projektu, a także wykorzystywanie w szkole nowych technologii”. Nie chodzi jednak o ogólne metody kształcenia — ucznia z trudnościami w rozwijaniu kompetencji matematycznych i niezainteresowanego dalszym zgłębianiem matematyki żadna metoda nie skłoni do głębszego poznawania matematyki, on jest skłonny zgodzić się ewentualnie na przybliżanie mu tylko „jego matematyki”.

MEN ma obawy, że likwidacja jednolitej i obowiązkowej matury z matematyki „zniszczyłaby obiektywne i porównywalne w skali kraju narzędzie rekrutacyjne polskich szkół wyższych”. Bez obaw, uczelnie lepiej sobie poradzą, gdy otrzymają informację, z jakiego zakresu kandydat zdał maturę z matematyki. Przenoszenie jednolitego systemu oceniania na kolejny etap edukacyjny, obnażające jedynie słabości wcześniejszego jednolitego systemu nauczania, nie jest miarodajną informacją dla uczelni o rzeczywistych matematycznych możliwościach i kompetencjach kandydatów na studia. Co mogę wywnioskować z zebranych informacji od studentów inżynierskiego kierunku informatycznego, gdy na 300 z nich tylko 15 zdawało matematykę w zakresie rozszerzonym — NIC. Oni nie są w stanie określić, jakie mają braki, i wybrać odpowiedniego kursu uzupełniającego, a ja nie mam dość informacji, by odpowiedzieć na ich rzeczywiste braki, i potrzeby dla dalszego kształcenia na uczelni. W konsekwencji wszystkim muszę zaaplikować jednolite podstawy matematyki elementarnej, przedłużając w ten sposób bezsens uczenia wszystkich tego samego.

## W uzasadnieniu

mojej propozycji chciałbym powołać się na dwa autorytety, matematyka — Hugona Steinhausa, a zwłaszcza informatyka — Steva Jobsa, jak również na własne doświadczenia.

W przemówieniu wygłoszonym w 1963 roku przy nadaniu doktoratu honorowego przez Uniwersytet im. Adam Mickiewicza w Poznaniu (tekst w *Wiadomości Matematyczne*, 1965, 119-125) **Hugo Steinhaus** mówił<sup>4</sup> m.in.:

Sytuacja matematyki w Polsce jest tragikomedią omyłek i nieporozumień. Już samo nazywanie „matematyką” rachunków w szkole jest błędne; przecież nikt lekcji czytania i pisania nie nazywa nauką literatury polskiej! Drugim nieporozumieniem, znacznie poważniejszym, jest uporczywe ignorowanie faktu, który zna każdy nauczyciel z doświadczenia: 25% młodzieży męskiej, a trochę więcej żeńskiej, przestaje rozumieć słowa nauczyciela, gdy na tablicy pojawi się symbolika algebraiczna — dla mnie wynika z tego nieodparty wniosek, że zmuszanie wszystkich do nauki matematyki jest podobne do obowiązkowego nauczania muzyki ludzi głuchych. Stąd dalsza konkluzja, że po 6 lub 7 latach nauki NALEŻY DAĆ UCZNIOWI WOLNY WYBÓR

<sup>4</sup> Polecam również dalsze fragmenty tego wystąpienia, w których Hogo Steinhaus odnosi się do przygotowania nauczycieli matematyki w uniwersytetach.

między kierunkiem humanistycznym a matematyczno-przyrodniczym. Skierowanie słabych w matematyce do oddziałów humanistycznych ułatwi im postęp w innych przedmiotach, a ta eliminacja pozwoli nauczycielowi matematyki bez trudu wykonać program w oddziale matematycznym. Ponadto ułatwi znalezienie kandydatów na nauczycieli matematyki, bo będzie ich trzeba w klasach wyższych dwa razy mniej niż obecnie.

Propozycja Steinhausa wpisuje się w przedstawioną tutaj koncepcję zróżnicowanego, w zależności od predyspozycji i zainteresowań uczniów, toku nauczania matematyki. Była ona wdrażana przez kilka późniejszych lat, nie znaleziono jednak dość argumentów, by ją kontynuować z ewentualnymi modyfikacjami i ostatecznie upadła jeszcze w latach 70.

Jedną z ekspertek przytacza pogląd innego sławnego matematyka, **Richarda Couranta**: „Od przeszło dwóch tysięcy lat uważa się PEWNA ZNAJOMOŚĆ matematyki za niezbędną część wyposażenia intelektualnego KAŻDEGO CZŁOWIEKA wykształconego”.

Pogląd ten również wpisuje się w przedstawioną tutaj propozycję – zdecydowanie elementy matematyki powinny być „wyposażeniem intelektualnym każdego człowieka”, pozostaje tylko określić zakres tej „pewnej znajomości matematyki”, odpowiednio do możliwości, zainteresowań i potrzeb poszczególnych grup osób, jak i wyróżniających się jednostek.

A przy okazji pogląd **Jana Hartmana**, filozofa z rodziców matematyków<sup>5</sup>, w podobnym duchu co wypowiedź Hugona Steinhausa, znacznie jednak ostrzejszy – „nie da się matematyki zdemokratyzować” (*Polityka* nr 10, 2019). Twierdząc, że „prawie nikt niczego z niej [matematyki] trwale nie wyniesie i że prawie nikomu do niczego się nie przyda”, Hartman odmawia jej racji bytu w szkole, uznając ją za zupełną fikcję. To jednak zbyt daleko posunięty wynik przekonania, że dostęp do matematyki ma tylko ograniczona liczba umysłów, a jej upowszechnianie w obecnym stylu to marnotrawstwo wszelkich środków i zasobów, jak i energii uczniów i nauczycieli, co mogłoby być lepiej spożytkowane – dużo w tym racji, o czym jest mowa tutaj w innych miejscach. Jako filozof Jan Hartman podpisuje się natomiast za powrotem logiki do szkół, co jest jednym z zaleceń Raportu NIK-u.

## Przechodząc

do czasów współczesnych możemy natknąć się na wiele wypowiedzi **Steva Jobsa** dotyczących edukacji. Proponował on, jak powinna wyglądać szkoła, by „nie marnowała życia naszym dzieciom”. Wiele osób jednak uważa, że nie jest on dobrym przykładem do naśladowania przez naszych uczniów i studentów, rzucił bowiem *college* po pół roku. Jego przeciwnicy nie doceniają jednak, że zdążył ukończyć interesujący go kurs kaligrafii, co w przyszłości pomogło mu zaprojektować typografię tekstów dla Maca, wyróżniającą się elegancją wśród innych komputerowych propozycji. I tyle akademickiego kształcenia było mu potrzeba. Swoją pogląd na temat edukacji Jobs zawarł w stwierdzeniu:

---

<sup>5</sup> Dostałem dobrą „szkołę matematyki” od prof. Stanisława Hartmana, ojca Jana Hartmana, będąc jego studentem w latach 60.

jestem głęboko przekonany do RÓWNYCH SZANS, w przeciwieństwie do jednakowych rezultatów” (ang. *I am a very big believer in equal opportunity as opposed to equal outcome*).

W przypadku matematyki – takie same szanse w szkole powinien mieć uczeń, który celuje w Medal Fieldsa (wysokie wyróżnienie młodych matematyków), jak i uczeń, który chce mieć „święty spokój z matematyką”, a więc uczyć się tyle, na ile go stać, na ile jesteśmy go w stanie zainteresować i jakie może mieć potrzeby. Pogląd Jobsa stoi w opozycji do często eksponowanej w naszym społeczeństwie polityki, że „szkoła powinna być miejscem wyrównywania szans edukacyjnych”. Wyniki w Raporcie potwierdzają, że wyrównywanie szans w sensie „równania do tej samej podstawy programowej” z latami nauki w szkole przynosi coraz gorsze rezultaty w odniesieniu do tego samego poziomu nauczania wszystkich weryfikowanego na egzaminach i maturze, czas więc skończyć z tą fikcją, a skierować uwagę na indywidualne możliwości, zainteresowania i potrzeby uczniów, by nie zaniedbywać tych, którzy odróżniają się od „równego poziomu”, słabszych i mocniejszych. Należy więc wszystkim uczniom dać **równe szanse** rozwoju, a nie dbać o jednakowe rezultaty wszystkich uczniów zgodnie z jednolitymi standardami nauczania, a zwłaszcza egzaminowania. Wyrównywanie szans edukacyjnych powinno zaś dotyczyć głównie materialnych warunków i organizacji kształcenia. Edukacja nie jest i nigdy nie była egalitarna w żadnym systemie społecznym, i tak zapewne pozostanie.

Podjęcie, do którego tutaj przekonuję, jest realizowane w wielu zakątkach świata, w normalnej szkole, ze zwykłymi uczniami. Przytoczę **osobiste doświadczenia**.

Mój syn Bartek pod koniec lat 90. uczęszczał do pierwszej klasy gimnazjum (Roosevelt Middle School) w Eugene, USA. Połowę przedmiotów miał do wyboru, mógł więc wybrać (nazwy przedmiotów pochodzą z wykazu kursów oferowanych uczniom): naukę gry w golfa (koszykówkę, pływanie), strzelanie z łuku, produkcję ceramiki, prace w drewnie, przedmiot przyjaciele i rodzina, twórcze rozwiązywanie problemów, szkolny chór, zespół muzyczny itp. Miał także wybór w przypadku przedmiotów obowiązkowych, takich jak matematyka. Tutaj oferowano siedem kursów<sup>6</sup>: odkrywanie matematyki, współczesna (codzienna) matematyka, dociekliwość matematyczna, wstęp do algebry, nieformalna geometria, algebra, geometria. Zalecany na trzy lata był ciąg przedmiotów: współczesna (codzienna) matematyka, dociekliwość matematyczna, wstęp do algebry, ale wielu uczniów kończyło zajęcia w gimnazjum na poziomie algebry. Z Bartkiem wybraliśmy<sup>7</sup> dość zaawansowaną algebrę, musiał po drodze pokonywać jeszcze barierę językową. Ale DAŁ RADE! Praca i postępy uczniów były uważnie obserwowane przez nauczycieli oraz rodziców, a dobór poszczególnych przedmiotów bazował na umiejętnościach i potrzebach uczniów. Wybory uczniów były ich wspólnym wyborem, ich rodziców, szkolnego pedagoga (psychologa) i wychowawcy. W swych wyborach i podczas zajęć uczniowie byli również wspierani przez tzw. *peer advisers*, kolegów z grupy lub z wyższych poziomów. Z przyjemnością

<sup>6</sup> Zainteresowanym osobom mogę udostępnić opisy tych kursów, jak i podręcznik do algebry, z którego Bartek korzystał.

<sup>7</sup> Nie ukrywam, że przy tym wyborze w dużym stopniu zaważyły ambicje ojca.

chodziłem tam na wywiadówki<sup>8</sup>, by na przykład z nauczycielem matematyki porozmawiać o . . . matematyce uczniów.

Zajęcia Bartka z matematyki miały wiele elementów, których brakuje zajęciom w naszych szkołach. Każdy uczeń musiał nabyć kalkulator *Fraction*, do wykonywania m.in. operacji na ułamkach – podobno takie działania są zmorem Amerykanów; wykorzystywany był również do obliczania częstości zdarzeń. Technologia występowała również w podręczniku – wszystkie tabele były rzeczywistymi zrzutami z arkusza kalkulacyjnego, do czego nie mogłem przekonać ani autorów, ani wydawnictw w Polsce, chociaż sugerowałoby to powiązania z wykorzystaniem technologii na zajęciach z matematyki. Wiele zajęć miało charakter praktyczny i częściowo przebiegało poza klasę i szkołę. Na przykład, raz wszyscy uczniowie dostali od nauczyciela po dolarze, mieli coś kupić w pobliskim supermarkecie za cenę między 50 a 75 centów i obserwować, w jaki sposób sprzedawca wydaje im resztę. Było to związane z lekcją na temat problemu reszty, czyli jak wydać daną kwotę za pomocą najmniejszej liczby monet. Innym ciekawym tematem przerabianym w terenie było obliczanie szerokości rzeki na podstawie wysokości drzew i pewnych odległości w terenie – nie trudno zauważyć w tym zadaniu wykorzystanie twierdzenia Talesa.

## A u nas

oczekiwaliśmy, że pierwszego wyłomu w monolocie podstawy programowej uda się nam dokonać w nowej podstawie kształcenia informatycznego (przedmiotu informatyka), tworzonej od 2014 roku, a obowiązującej w szkołach podstawowych od września w 2017 roku. Już na początkowym etapie prac uświadomiliśmy sobie, że objęcie wszystkich uczniów taką samą podstawą przez wszystkie lata w szkole mogłoby prowadzić do załamania się koncepcji nauczania informatyki wszystkich uczniów na wszystkich etapach edukacyjnych. Opatrzyliśmy więc gwiazdką lub dwiema gwiazdkami pewne treści i osiągnięcia uczniów – pozostawiając je do wyboru nauczycielom. Taka propozycja nowego spojrzenia na podstawę programową miała być „furtką” dla twórczości nauczycieli, którzy mogliby „przekuć” ją na program nauczania informatyki dostosowany do zainteresowań i możliwości swoich uczniów. Nic z tego – nasza propozycja została odrzucona w MEN. Pozostawiliśmy jednak w podstawie dużą swobodę w wyborze przez nauczyciela rozważanych problemów, jak i w doborze środowisk komputerowych (aplikacji i języków programowania), by w swoich decyzjach nauczyciel mógł uwzględniać indywidualne wybory uczniów.

## Szansą dla matematyki w szkole

jest stworzenie warunków do rozwoju indywidualnych zainteresowań uczniów, nie tylko matematycznych. Przymus, jaki dzisiaj obowiązuje, jest „okrucieństwem i zbrodnią przeciwko ludzkiemu umysłowi i ludzkiej

---

<sup>8</sup> Przyznaję się bez bicia, że po powrocie do kraju przez cztery lata liceum byłem tylko raz na wywiadówce Bartka i po wystąpieniu reprimendy wychowawczynie na jego temat więcej się nie pojawiłem.



duszy” (Śliwowski w: Holf, 2007). Nie tylko dzieci, każdy człowiek uczy się chętniej, gdy go coś interesuje – „nie da się żadnej wiedzy wlać pod przymusem”. Istnieje pewien kanon wiedzy matematycznej, która jest niezbędna dla rozwoju własnych zainteresowań uczniów, ale określenie jej zakresu i sposób przekazania oraz wykształcenia to rola nauczyciela, który powinien uwzględniać rozwój indywidualnych możliwości i zainteresowań swoich uczniów.

Docieramy wreszcie do ucznia. Raport NIK-u, jak i wiele innych badań, raportów i dyskusji dotyczących edukacji, pochyla się nad szkołą, nauczycielami i innymi dokumentami, doradza nauczycielom, szkołom i decydentom z obszaru edukacji, a uczeń jest jedynie materiałem do badań<sup>9</sup>. A przecież personalizacja czy indywidualizacja kształcenia wymaga przede wszystkim aktywnej postawy uczącego się. Powinien on podejmować wyzwanie wyobrażenia sobie, czym ma być jego edukacja i dbać o nią, by w szkole znalazł partnera dla swojego rozwoju. Jako nauczyciel bardzo boleję nad brakiem u uczniów, a także i u studentów, wyobrażenia, czym ma być ich kształcenie i wykształcenie. Odpowiednie są tutaj słowa Marka Twaina: „Nigdy nie dopuściłem, by chodzenie do szkoły zaszkodziło mojemu (wy)kształceniu” (ang. *I have never let my schooling interfere with my education*), podkreślające, że szkoła może nie przeszkadzać w zdobywaniu WŁASNEGO WYKSZTAŁCENIA, ale to wyobrażenie o swoim wykształceniu powinien mieć uczeń, cały czas pilnować go i konsekwentnie realizować, wspomagany w tym przez nauczycieli i całą machinę edukacyjną.

Uczniów trzeba więc przygotowywać do podejmowania decyzji odnośnie do własnego kształcenia, przedstawiając im różne możliwości, i umiejętnie asystować przy ich wyborach. Uczniowie z wyobrażeniem o swoim (wy)kształceniu mogą stać się partnerem dla zmian w szkole, trzeba tylko dać im możliwość realizacji swoich zamierzeń. Nie mają jednak obecnie takich możliwości do końca szkoły podstawowej, co w konsekwencji może rzutować na ich przyszłe wybory edukacyjne i karierę zawodową. Tym też można wytłumaczyć, dlaczego „nasze dzieci w szkole się nudzą i są nieszczęśliwe” (Żylińska, 2014). Nudzą się, zarówno ci uczniowie, dla których wyrównany poziom jest za niski, mało ciekawy, jak i ci, dla których jest za wysoki. Nudzą się też dlatego, że nie znajdują w szkolnej matematyce tego, co ich rzeczywiście mogłoby zainteresować.

Kształtowanie umiejętności wyboru jest jednym z najslabiej realizowanych celów w naszym systemie edukacji. Osobiście obserwuję to niestety zbyt późno dla uczących się, gdy wybierają kierunek studiów (matematykę lub informatykę) i ponoszą porażkę. Wcześniej nie nauczyli się wybierać i ponosić konsekwencji swoich wyborów, bo nie mieli żadnego wyboru. Gdy pod koniec szkoły średniej decydują się na wybór matematyki (czy informatyki, która wymaga dobrego przygotowania matematycznego), jako kierunku dalszego kształcenia, jest już za późno, by przygotować się do tego wyboru i podołać mu następnie. Ten wybór powinien być dokonany w połowie szkoły podstawowej, a nawet wcześniej. Jedną z „lekcji”, przerabianą przy okazji kształtowania umiejętności wyboru, może być uzmysłowienie sobie przez uczniów, że każdy wybór jest związany z koniecznością, konsekwencją jego realizacji – wybrałeś, bądź więc konsekwentny i realizuj swój wybór. Tego szkoła nasza nie uczy, a jest to przydatne w całym życiu osobistym i zawodowym.

<sup>9</sup> Pod tym względem wyróżniają się badania i opracowania prof. E. Gruszczyk-Kolczyńskiej, które skupiają uwagę głównie na uczniu uczącym się matematyki.

I na koniec

### **o samej matematyce**

serwowanej wszystkim uczniom w naszych szkołach. A może nie jest ona dla nich tak interesująca? Może chcieliby, jak Bartek w Eugene, dostać 10 złotych w banknocie i w trakcie ich wydawania obserwować na żywo algorytm wydawania reszty, realizowany przez sprzedawcę? Niestety, z problemem reszty spotykają się na informatyce, a na matematyce muszą rozwiązywać dziesiątki równań i nierówności, z których większości nigdy nie spotkają na swojej drodze życiowej. Oczywiście, za Skinnerem, „wyszkolenie jest tym, co pozostaje, gdy zapomnimy to, czego nauczyliśmy się” (ang. *Education is what survives when what has been learnt has been forgotten*), ale znacznie przyjemniej uczeń zapomni, a zwłaszcza później przypomni sobie to, co go wcześniej interesowało, co z zainteresowaniem poznawał i zgłębiał. Więcej z tego, co zapomni, pozostanie, więcej sobie przypomni.

### **Choć to temat na inny tekst,**

jako informatyk od lat boleję, dlaczego w nauczaniu matematyki nie korzysta się z efektów kształcenia matematycznego na zajęciach informatycznych – wiele elementów matematyki jest niezbędnych w kształceniu informatycznym i pojawia się na lekcjach informatyki. Nie chodzi tutaj tylko o to, by nauczyciel matematyki posługiwał się arkuszem kalkulacyjnym, programem do prezentacji wykresów funkcji czy prezentacją – zalecamy to jak najbardziej – ale informatyka dostarcza narzędzi i sposobów innego, wzbogaconego „urządzenia” matematyki, znacznie ciekawszego dla uczniów, bo pozwalającego im np. korzystać z uwielbianych przez nich obecnie narzędzi komputerowych, niestety najczęściej wykorzystywanych przez nich poza edukacją do prostej konsumpcji informacji. Sugerowane w podstawie programowej matematyki wykonywanie obliczeń za pomocą tablic matematycznych i kalkulatorów nie tylko trąci dzisiaj myszką, ale nijak się ma do sposobów wykorzystania umiejętności matematycznych poza szkołą – czy tym chcemy przekonać uczniów do poważniejszego zainteresowania się matematyką?

Rozumowanie matematyczne przyjmuje różne formy, jako m.in. algebraiczne, geometryczne i przestrzenne, statystyczne, a także jako ALGORYTMICZNE MYŚLENIE, które polega na rozkładzie złożonego problemu na prostsze podproblemy, dla których często znamy rozwiązanie, poszukiwaniu i wykrywaniu wzorców i schematów, które potrafimy zastosować, czasem na skorzystaniu z ogólniejszego problemu, który łatwiej jest rozwiązać (Polya, 2009), a przy tym na korzystaniu cały czas z abstrakcji, która pozwala uwalniać się od nieistotnych dla rozwiązania szczegółów. Myślenie algorytmiczne jest integralnym elementem lekcji informatyki, niezbędnym przy programowaniu, które w najszerszym sensie jest utożsamiane z całym procesem rozwiązywania problemów, a w węższym – jest ostatnim etapem rozwiązywania problemów z pomocą komputera. W obu przypadkach programowanie jest sformalizowanym sposobem zapisania i wykonania efektów myślenia algorytmicznego. Co więcej, nie ma sensu uczyć (się) programowania bez zrozumienia algo-

rytmicznego myślenia, którego efektem jest program komputerowy. W tej sytuacji warto zastanowić się, czy poświęcenie większej uwagi i położenie większego nacisku na myślenie algorytmiczne w nauczaniu i uczeniu się matematyki nie przyczyni się do większego zainteresowania się uczniów matematyką i w konsekwencji podniesienia poziomu kształcenia matematycznego.

Myślenie algorytmiczne jest często kojarzone głównie z informatyką, chociaż znacznie wykracza poza tę dziedzinę. Już Seymour Papert, matematyk, uznawany za prekursora komputerów w edukacji, najpierw w 1980, a później w 1996 roku użył terminu MYŚLENIE KOMPUTACYJNE, w tym drugim przypadku właśnie w odniesieniu do kształcenia matematycznego, wskazując na korzystny wpływ intuicji i sprawności obliczeniowych na kompetencje matematyczne. Myślenie komputacyjne, stanowiące w pewnym sensie poszerzenie myślenia algorytmicznego, od ponad 10 lat robi zawrotną karierę w edukacji na wszystkich szczeblach oświaty i szkół wyższych, po publikacji krótkiego artykułu przez Jennette Wing w *Komunikatach Amerykańskiego Towarzystwa Informatycznego* z 2006 roku. Nie ma pełnej zgody, czym jest **myślenie komputacyjne**, ale zgrabnie można je określić jako:

procesy myślowe angażowane w formułowanie problemu i przedstawianie jego rozwiązania w taki sposób, aby komputer [*computer* w języku angielskim to *a device used for computing* ale także *a person who computes*, Guralnik, 1969] – człowiek lub maszyna – mógł skutecznie je wykonać.

Na myślenie komputacyjne, składają się sposoby rozumowania (ang. *mental tools*; bardzo zgrabna nazwa po angielsku), które mają swoje korzenie w informatyce, jak logiczne myślenie i formułowanie wyrażań logicznych (warunków) występujących w instrukcjach warunkowych w programach i w zapytaniach w sieci, myślenie (podejście) heurystyczne, którego ojcem jest matematyk George Polya, myślenie rekurencyjne, czy też modelowanie złożonych sytuacji często opisywanymi przez olbrzymie zasoby danych (*giga dane*, ang. *big data*). A w samym procesie rozwiązywania problemów, jak piszemy powyżej, myślenie komputacyjne polega na radzeniu sobie ze złożonymi problemami przez ich rozkład na mniejsze, często o znanych rozwiązaniach, wykrywania wzorców i schematów, czasem na przejściu do ogólniejszego problemu, a w tym wszystkim, na korzystaniu z abstrakcji, która uwalnia postępowanie od nieistotnych szczegółów. Proces ten na ogół kończy się komputerową realizacją rozwiązania, nie zawsze i niekoniecznie za pomocą własnego programu.

Z punktu widzenia nauczania – pedagogiki i dydaktyki – myślenie komputacyjne to nie wydzielony temat nauczania, ale raczej podejście do rozwiązywania problemów w ogólności, a także do programowania, które może być stosowane w różnych dziedzinach. Wzbogacenie szkolnej matematyki o myślenie komputacyjne może pomóc uczniom poszerzyć i pogłębić ich sposoby rozwiązywania problemów, wzbogacając i uzasadniając przy tym jednocześnie ich podejście i rozumowanie matematyczne. Wyniki różnych badań (np. PISA 2012 w zakresie rozwiązywania problemów) pokazują, że wielu naszych uczniów ma trudności z rozwiązywaniem nieznanymi problemami i uzasadnieniem rozumowania matematycznego. To nie powinno dziwić, gdyż szkolne podręczniki do matematyki najczęściej koncentrują się na powtarzających się ćwiczeniach, które raczej nie wymagają głębokiego zrozumienia i nie sprzyjają rozwojowi matematycznego rozumowania.

### Sytuacja staje się coraz poważniejsza

dla dalszych efektów kształcenia matematycznego. W warunkach globalizacji i szybkich zmiany społecznych, a zwłaszcza zmieniającej się natury matematyki i dziedzin przyrodniczych, coraz trudniej odizolować cele nauczania matematyki od sposobów rozwiązywania problemów z różnych dziedzin, w coraz większym stopniu związanych z myśleniem komputacyjnym i programowaniem. Utrzymywanie dalej aktualnego zakresu i sposobu nauczania matematyki oraz zignorowanie możliwości, jakie się wylaniają, powoduje już teraz, a nasili się jeszcze bardziej w najbliższej przyszłości, izolację szkolnej matematyki od tego, co uczniowie poznają na innych przedmiotach, w szczególności na informatyce<sup>10</sup>, a także poza szkołą, w środowisku nowych technologii. Ten zastój w rozwoju zakresu kształcenia matematycznego wstrzymuje także dalszy profesjonalny rozwój nauczycieli matematyki, którzy mogliby i powinni wspierać opisane zmiany, będąc jednocześnie ich ambasadorami.

### Bibliografia

- Gruszczyk-Kolczyńska E. (2019). *Diagnoza kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci oraz rekomendowane działania naprawcze*. Zacierpnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.nik.gov.pl/plik/id,19329,vp,21937.pdf>
- Guralnik D.B. (red.) (1969). *Webster's New World Dictionary of the American Language Enlarged from the Concise Edition with Student Handbook*. [b.m.]: The Southwestern Company.
- Hartman J. (2019). Lwy oświecenia i matematolki. *Polityka*. Zacierpnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.polityka.pl/tygodnikpolityka/kraj/1784528,1,lwy-oswiecenia-i-matematolki.read>
- Makiewicz M. (2019). *Opinia w przedmiocie diagnozy problemów związanych z procesem nauczania matematyki w szkole (począwszy od IV klasy szkoły podstawowej) wraz z odpowiednimi rekomendacjami*. Zacierpnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.nik.gov.pl/plik/id,19330,vp,21938.pdf>
- Newsweek Edukacja*. Zacierpnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.newsweek.pl/edukacja>
- NIK. *Informacja o wynikach kontroli. Nauczanie matematyki w szkołach*. Zacierpnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.nik.gov.pl/plik/id,20330,vp,22953.pdf>

---

<sup>10</sup> Podstawa programowa informatyki stwarza warunki do spiralnego rozwoju myślenia komputacyjnego u uczniów przez wszystkie 12 lat w szkole.

- NIK. *Matematyka do poprawy*. Zaczepnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.nik.gov.pl/aktualnosci/matematyka-do-poprawy.html>
- PISA (2012). *Results in Focus. What 15-year-olds know and what they can do with what they know*. Zaczepnięte 24 września 2019. Strona internetowa <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf>
- Polya G. (2009). *Jak to rozwiązać*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Steinhaus H. (1965). Przemówienie wygłoszone przy nadaniu doktoratu honorowego przez Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. *Wiadomości Matematyczne*, 8(2), 119-125.
- Sysło M.M., Kwiatkowska A.B. (2014). Learning mathematics supported by computational thinking. W: G. Futschek, C. Kynigos (red.), *Constructionism and Creativity* (s. 258-268). Wiedeń: Austriackie Towarzystwo Informatyczne.
- Sysło M.M. (2018). Jak myśleć komputacyjnie. W: A.B. Kwiatkowska, M.M. Sysło (red.), *Informatyka w Edukacji. Myśl komputacyjnie!* (s. 3-14). Toruń: Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika.
- Szyłło A. (2014). Niszczarka marzeń. Rozmowa z Marzeną Żylińską. *Gazeta Wyborcza. Duży Format*. Zaczepnięte 24 września 2019. Strona internetowa [http://wyborcza.pl/duzyformat/1,127290,16883764,-Niszczarka\\_marzen.html](http://wyborcza.pl/duzyformat/1,127290,16883764,-Niszczarka_marzen.html)
- Śliwerski B. (2007). Wstęp. W: J. Holt, *Zamiast edukacji. Warunki uczenia się przez działanie*. Kraków: Oficyna Wydawnicza Impuls.
- Wing J. (2006). Computational thinking, *Communications of the ACM* 49(3), 33-35.

## Summary

### How to help students to learn mathematics in schools in Poland

The quality and effectiveness of teaching mathematics in Polish schools is able to save a strategy of **equal opportunity**, that is, focusing on the student, his individual abilities, interests and needs, in contrast to the efforts to prepare all students according to teaching programs based on the same core curriculum to the same exams, which, as shown in the NIK Report, harms primarily the students themselves. Implementation of the recommendations of the Report, however, is not able to change dramatically the current state. A chance for change is the orientation of students' mathematical education to their individual abilities and interests. It is also important to include in mathematics education the evolution of mathematics itself in today's world, to prepare students for the challenges they will face in almost every area of personal and professional life.

**Keywords:** mathematics, contemporary mathematics, algorithmic thinking, computational thinking, mathematical education, core curriculum, matura examination, equal opportunity, equal outcome