ZESZYTY NAUKOWE WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ W BYDGOSZCZY
Studia Techniczne 1989 z.14

FELICJA WYSOCKA
WSP w Bydgoszczy

ZASTOSOWANIE WYBRANYCH METOD OPTYMALIZACJI DO APROKSYMACJI CHARAKTERYSTYK TŁUMIENIOWYCH FILTRÓW LC

W teorii telekomunikacji istotny problem stanowi aproksymacja pewnych, zadanych funkcji innymi, określonymi funkcjami. Potrzeba przeprowadzenia tego rodzaju aproksymacji zachodzi również przy projektowaniu filtrów LC liniowych, stacjonarnych, skupionych. W przypadku tych filtrów pierwszym etapem projektowania jest właśnie aproksymacja zadanej charakterystyki częstotliwościowej charakterystyką realizowalną, czyli taką, którą można uzyskać budując filtr z elementów L i C [4].

W niniejszej pracy zaproponowano sposób rozwiązania zadania aproksymacji zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej A_s w oparciu o wybraną metodę optymalizacji przy użyciu maszyny cyfrowej. Dla uproszczenia przyjęto, że rozpatrywana jest aproksymacja charakterystyki A_s jedynie w pasmie tłumieniowym. Nie zmniejsza to w niczym ogólności rozważań, gdyż w przypadku aproksymacji charakterystyki A_s w pasmie przepustowym lub jednocześnie w pasmie przepustowym i tłumieniowym sam sposób rozwiązywania zadania aproksymacji jest dość podobny.

Rozważmy reaktancyjny filtr LC włączony między stałe rezystancje. Tłumienność skuteczna A_s takiego filtru wyraża się wzorem

$$A_s = A_s/x/ = \frac{1}{2} \ln (1 + |\varphi/jx/|^2), \qquad /1/$$

gdzie:

$x = \omega/\omega_0$ - częstotliwość zredukowana,

ω - pulsacja bieżąca,

ω_0 - pulsacja odniesienia,

$\varphi\ (jx)$ - funkcja filtracji.

Funkcja filtracji jest ilorazem dwóch wielomianów. Jej konkretna postać zależy od rodzaju filtru. Przykładowo, dla filtru dolnoprzepustowego roboczego antymetrycznego, występujący we wzorze /1/ moduł funkcji filtracji jest określony zależnością

$$\left|\varphi(jx)\right| = \left| C \frac{\prod_{i=1}^{m} \left(x^2 - x_{oi}^2\right)}{\prod_{i=1}^{n} \left(x^2 - x_{\infty i}^2\right)} \right| \qquad /2/$$

gdzie: C - stała,

n - liczba skończonych biegunów funkcji φ dla $x \in (0, \infty)$,

m - liczba zer funkcji φ, $m \geq n$,

x_{oi} - częstotliwość zredukowana i-tego zera funkcji φ, $i = 1, \ldots, m$,

$x_{\infty i}$ - częstotliwość zredukowana i-tego bieguna funkcji φ, $i = 1, \ldots, n$.

Niech $A_{so}(x)$ będzie zadaną tłumiennością skuteczną[1] w pasmie tłumieniowym, $T = \langle x_{t1}, x_{t2} \rangle$, $\underline{X}_\infty = [x_{\infty 1}, \ldots, x_{\infty n}]^T$ - wektorem parametrów $x_{\infty i}$ $(x_{\infty i} < x_{\infty(i+1)})$, a θ_{tk} przedziałem określonym następująco

$$\left.\begin{aligned} \theta_{t1} &= \langle x_{t1}, x_{\infty 1}), \\ \theta_{tl} &= (x_{\infty(l-1)}, x_{\infty l}), \quad l = 2,3,\ldots,n \\ \theta_{t(n+1)} &= (x_{\infty n}, x_{t2}\rangle . \end{aligned}\right\} \qquad /3/$$

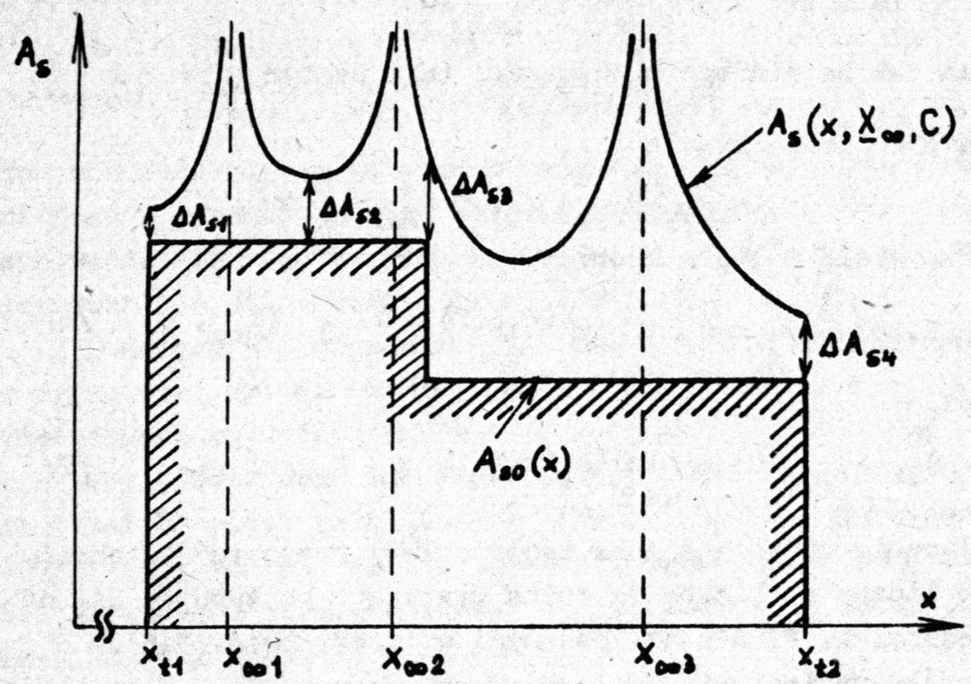
Załóżmy ponadto, że wektor $\underline{X}_0 = [x_{o1}, \ldots, x_{om}]^T$ parametrów x_{oi} $(x_{oi} < x_{o(i+1)})$ jest dany.

Aproksymację uważamy za optymalną, gdy spełnione są następujące warunki:

1/ liczba n jest możliwie mała,

2/ wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{sk}(\underline{X}_\infty, C)$ pomiędzy charakterystyką tłumienności $A_s(x, \underline{X}_\infty, C)$ otrzymaną w wyniku aproksymacji i zadaną charakterystyką $A_{so}(x)$ w przedziale θ_{tk}, $k=1,\ldots,n+1$, są jednakowe i nieujemne /Rys. 1/.

Zadanie aproksymacji można zatem sformułować w sposób następujący:



Rys. 1. Sposób wyznaczania wartości najmniejszych różnic ΔA_{sk} $(\underline{X}_\infty, C)$, k=1,2,3,4, pomiędzy charakterystykami A_s $(x, \underline{X}_\infty, C)$ i $A_{so}(x)$ w przypadku filtru dolnoprzepustowego

1/ wyznaczyć minimalną liczbę n ($n \leqslant m$ lub $n < m^2$ - zależnie od rodzaju filtru), taką aby

$$\bigwedge_{x \in T} A_s(x, \underline{X}_\infty, C) - A_{so}(x) \geqslant 0 \qquad /4/$$

2/ dla tak ustalonego n wyznaczyć taki wektor $\underline{X}^*_\infty = [x^*_{\infty 1}, \ldots, x^*_{\infty m}]^T$, przy czym

$$\bigwedge_{i=1,\ldots,m} x_{t1} \leqslant x^*_{\infty i} \leqslant x^*_{t2}, \qquad /5/$$

oraz stałą C^*, dla których

$$\bigwedge_{k,l=1,\ldots,n+1} \Delta A_{sk}(\underline{X}_\infty, C) = \Delta A_{sl}(\underline{X}_\infty, C) \qquad /6/$$

gdzie:

$$\Delta A_{sk}(\underline{X}_\infty, C) = \min_{x \in \Theta_{tk}} (A_s(x, \underline{X}_\infty, C) - A_{so}/x/) \qquad /7/$$

Rozwiązanie zadania aproksymacji należy rozpocząć od określenia liczby n. Liczbę tę można wyznaczyć posługując się odpowiednimi zależnościami podanymi w literaturze [3,5].

W celu znalezienia współrzędnych wektora $\underline{X}^*_\infty$, a tym samym wyznaczenia optymalnego dla danej charakterystyki $A_{so}(x)$ położenia biegunów funkcji filtracji, wygodnie jest określić taką funkcję $w_1(\underline{X}_\infty)$, która przy spełnieniu /6/ osiąga minimum. Zakładamy, że poszukiwana funkcja ma postać

$$w_1(\underline{X}_\infty) = \sum_{k=1}^{n+1} \left(\Delta A_{sk}(\underline{X}_\infty, C) - \frac{\sum_{i=1}^{n+1} \Delta A_{si}(\underline{X}_\infty, C)}{n+1} \right)^2 \qquad /8/$$

Można wykazać, że w pasmie tłumieniowym dla spełnionego w praktyce warunku

$$|\varphi(x, \underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C)|^2 \gg 1, \qquad /9/$$

wartość funkcji $w_1(\underline{X}_\infty)$ jest praktycznie niezależna[3] od wartości stałej C. Problem wyrównania różnic $\Delta A_{sk}(\underline{X}_\infty, C)$ dla $k=1,\ldots,n+1$ sprowadza się w ten sposób do zadania znalezienia współrzędnych wektora $\underline{X}_\infty$, dla których funkcja $w_1(\underline{X}_\infty)$ osiąga minimum globalne dla danego $\underline{X}_o$ przy ograniczeniach:

$$\bigwedge_{i=1,\ldots,n} x_{ti} - x_{\infty i} \leqslant 0, \qquad /10/$$
$$\bigwedge_{i=1,\ldots,n} x_{\infty i} - x_{t2} \leqslant 0,$$
$$\bigwedge_{k=1,\ldots,n+1} -\Delta A_{sk}(\underline{X}_{\infty}, C) \leqslant 0.$$

Tak sformułowane zadanie jest zadaniem programowania nieliniowego z ograniczeniami. Rozwiązanie zadania aproksymacji sprowadza się więc do rozwiązania równoważnego zadania programowania nieliniowego z ograniczeniami.

Z podanych w literaturze [1,2] metod poszukiwania minimum z ograniczeniami do rozwiązywania rozpatrywanego zadania zastosowano zmodyfikowaną metodę Powella /z przesuwaną funkcją kary/. Metoda ta umożliwia sprowadzenia zadania z ograniczeniami do ciągu zadań bez ograniczeń poprzez odpowiednią modyfikację funkcji celu[4]. Zadania programowania nieliniowego bez ograniczeń rozwiązano metodą gradientu sprzężonego Polaka-Ribiery z estymacją gradientu [1,2].

Znając wartości współrzędnych wektora $\underline{X}^*_{\infty} = [x^*_{1\infty}, \ldots, x^*_{n\infty}]^T$, wartość bezwzględną stałej C^* obliczano korzystając z odpowiednio przekształconego wzoru opisującego funkcję filtracji danego rodzaju filtru. Przyjęto następnie, że $C^* = |C^*|$, tzn. że stała C^* jest dodatnia.

W przypadku aproksymacji zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej A_{so} /x/ w pasmie przepustowym, należy najpierw odpowiednio sformułować zadanie aproksymacji, a następnie rozwiązywać je przy założonym wektorze $\underline{X}_{\infty} = [x_{\infty 1}, \ldots, x_{\infty n}]^T$. W przypadku aproksymacji zadanej charakterystyki A_{so} /x/ jednocześnie w pasmie przepustowym i tłumieniowym należy najpierw rozwiązać odpowiednio sformułowane zadanie aproksymacji charakterystyki A_{so} /x/ w pasmie przepustowym przy założonym wektorze początkowym $\underline{X}_{\infty}$, a następnie, znając rozwiązanie $\tilde{\underline{X}}_o$ tego zadania, rozwiązywać zadanie aproksymacji charakterystyki A_{so}/x/ w pasmie tłumieniowym przyjmując, że $\underline{X}_o = \tilde{\underline{X}}_o$. Ponieważ zmiany wartości współrzędnych wektora $\underline{X}_{\infty}$ powodują jednak pewną zmianę przebiegu charakterystyki A_s w pasmie przepustowym, może zaistnieć potrzeba powtórnego rozwiązania zadania aproksymacji zadanej charakterystyki $A_{so}/x/$ w pasmie przepustowym, przy założeniu, że $\underline{X}_{\infty} = \underline{X}^{*}_{\infty}$, gdzie $\underline{X}^{*}_{\infty}$ stanowi rozwiązanie poprzedniego zadania.

Na podstawie przedstawionego sposobu aproksymacji opracowany został program APR2 umożliwiający aproksymację charakterystyk tłumienności skutecznej filtrów dolnoprzepustowych oraz środkowoprzepustowych dysymetrycznych zarówno w pasmie przepustowym jak i w tłumieniowym. Program ten, napisany w języku Fortran 1900, przeznaczony jest dla maszyny cyfrowej Odra 1305.

Aproksymowana charakterystyka A_{so} zadana jest przez podanie 40 lub mniej współrzędnych f_i oraz $A_{so}/f_i/$ jej punktów należących do pasma przepustowego oraz 40 lub mniej współrzędnych f_i oraz $A_{so}/f_i/$ należących do pasma tłumieniowego, gdzie: f_i - częstotliwość w hercach, $A_{so}/f_i/$ - odpowiadająca jej wartość tłumienności skutecznej w decybelach.

Po przeprowadzeniu obliczeń przy użyciu progamu APR2 otrzymujemy m.in. następujące wyniki końcowe: liczby m zer i n biegunów funkcji filtracji, optymalne wartości współrzędnych wektorów $\underline{X}_o$ i $\underline{X}_{\infty}$, optymalną wartość stałej C, częstoliwości zer i biegunów funkcji filtracji - po denormalizacji, a ponadto czas wykonywania obliczeń.

Czas wykonywania obliczeń zależy od rodzaju filtru, liczb n i m oraz kształtu aproksymowanej charakterystyki tłumienności skutecznej. Waha się on od kilkudziesięciu sekund do kilkudziesięciu minut.

PRZYPISY

[1] W praktyce $A_{so}(x)$ jest funkcją ciągłą lub funkcją schodkową.

[2] Nierówności te wynikają z warunków realizowalności odpowiednich filtrów.

[3] Stwierdzenie, że funkcja jest praktycznie niezależna od wartości argumentu oznacza, że bardzo duże zmiany argumentu powodują pomijalnie małe zmiany wartości funkcji.

[4] Funkcją celu nazywamy funkcję, której mimimum poszukujemy.

LITERATURA

[1] Findeisen W., J.Szymanowski, Wierzbicki A., Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji, Warszawa 1980

[2] Kręglewski T., Rogowski T., A.Ruszyński, Szymanowski J., Metody optymalizacji w języku FORTRAN, Warszawa 1984

[3] Przesmycki O., Filtry elektryczne, Warszawa 1962

[4] Przesmycki O., Metoda mieszana projektowania filtrów LC, Instytut Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej, Referaty, zeszyt 3, Warszawa 1975

[5] Wysocka F., Aproksymacja charakterystyki tłumienności skutecznej filtru dolnoprzepustowego o dowolnym przebiegu w pasmie przepustowym i tłumieniowym, Rozprawy Elektrotechniczne, tom XXXII, zeszyt 4, Warszawa PAN 1986