

II. SPRAWOZDANIA I KOMUNIKATY Z BADAŃ

J. POLAŃSKI, K.N. RUSINKO, R. MATYSIAK
WSP w Bydgoszczy

WPLYW PRĘDKOŚCI OBCIĄŻENIA NA ODKSZTAŁCENIA PLASTYCZNE MATERIAŁÓW IZOTROPOWYCH

Wstęp

W klasycznych teoriach mechaniki granicę plastyczności przyjmuje się za jedną ze stałych materiałowych. Eksperymenty pokazują jednak, że granica plastyczności zależy od prędkości obciążenia.

W danym artykule przedstawia się opis teoretyczny wpływu prędkości naprężenia na odkształcenia i na granicę plastyczności. W rozważaniach przyjmuje się za stałą materiałową granicę pełzania, która głównie zależy od temperatury. Przedstawiono także uogólnienie teorii plastyczności [1] i wyniki badań teoretycznych w ramach zmodyfikowanej teorii plastyczności.

1. Podstawy modyfikacji uogólnionej teorii plastyczności Iliuszyna

Rozważania będą prowadzone w pięciowymiarowej przestrzeni Iliuszyna [2]. Do każdego punktu powierzchni plastyczności prowadzi się płaszczyznę styczną. Deformacja plastyczna występuje wtedy, kiedy wektor naprężeń przy swoim wzroście dojdzie do płaszczyzny stycznej.

Przy dalszym wzroście wektora przemieszcza on tę płaszczyznę po normalnej do pierwotnego jej położenia. Ruch płaszczyzny prowadzi elementarną deformację plastyczną w kierunku normalnej do niej. Wymieniony wektor przemieszcza wszystkie płaszczyzny napotkane na swojej drodze. Ruch tych płaszczyzn odbywa się w kierunku swoich normalnych.

Zsumowanie elementarnych odkształceń daje ogólną deformację plastyczną.

Według A. Iliuszyna wektory naprężeń wyrażają się:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sigma_x' \\
 S_2 &= \frac{\sigma_x'}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} \cdot \sigma_y' \\
 S_3 &= \sqrt{2} \cdot \tau_{xy} \\
 S_4 &= \sqrt{2} \cdot \tau_{yz} \\
 S_5 &= \sqrt{2} \cdot \tau_{zx}
 \end{aligned} \tag{1}$$

W przestrzeni trójwymiarowej naprężeń mamy S_1, S_2, S_3 a $S_4 = S_5 = 0$. Wówczas składowe wektora odkształcenia będą:

$$\varepsilon_i = \iiint n_i \cdot \cos \lambda \phi_n dV \tag{2}$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$dV = \cos \beta d\alpha d\beta d\lambda$$

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$$

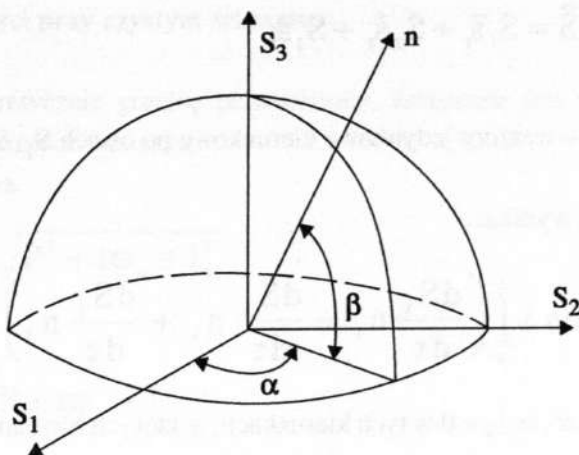
gdzie:

λ – jest kątem między normalną do płaszczyzny w pięciowymiarowej przestrzeni a normalną \hat{n} do jej śladu w trójwymiarowej przestrzeni S_1, S_2, S_3

ϕ_n – intensywność przemieszczania się płaszczyzn z normalną \hat{n}

n_i – składowe normalnej \hat{n} , zadanej kątami α i β

Całkowanie prowadzi się tu po kątach określających normalną przemieszczanych płaszczyzn.



Rys. 1

Jak wynika z rys. 1 składowe będą się wyrażać:

$$\begin{aligned} n_1 &= \cos \alpha \cdot \cos \beta \\ n_2 &= \sin \alpha \cdot \cos \beta \\ n_3 &= \sin \beta \end{aligned} \quad (3)$$

W pracy [1] przyjmuje się, że odległość do płaszczyzny $h_n \cos \alpha$ określa się intensywnością φ_n .

W artykule przyjęto bardziej ogólne założenia:

1) pokazaną odległość określa się intensywnością φ_n i całką niejednorodną I_n

$$\cos \lambda h_n = f(\varphi_n, I_n) \quad (4)$$

gdzie:

f – charakterystyczna funkcja materiału

2) całkę I_n przyjęto w bardziej ogólnej postaci niż w [3], a mianowicie przyjmujemy, że I_n zależy od orientacji w przestrzeni następująco:

$$I_n = b \int_0^t \frac{d\vec{S}}{d\vec{\tau}} \cdot \vec{n} \cos \lambda e^{-p(t-\tau)} \cdot d\tau \quad (5)$$

gdzie:

b i p – stałe

t – czas

\vec{S} – wektor naprężenia

$$\vec{S} = S_1 \vec{s}_1 + S_2 \vec{s}_2 + S_3 \vec{s}_3 \quad (6)$$

gdzie:

$\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3$ – wektory jedynekowe kierunkowe po osiach S_1, S_2, S_3

Z równań (5) i (6) wynika:

$$I_n = b \cos \lambda \int_0^1 \left(\frac{dS_1}{d\tau} n_1 + \frac{dS_2}{d\tau} n_2 + \frac{dS_3}{d\tau} n_3 \right) \cdot e^{-p(t-\tau)} \cdot d\tau \quad (7)$$

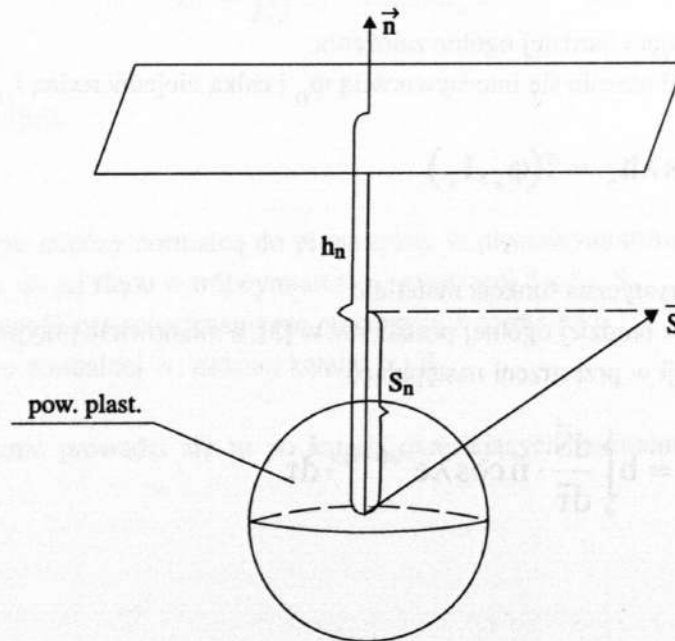
3) będziemy uważać, że $I_n = 0$ w tych kierunkach, w których równanie (7) prowadzi do wartości ujemnej

4) mnożenie skalarne $\vec{S} \cdot \vec{n}$ równa się rzutowi S_n wektora \vec{S} na normalną \vec{n} . Jeśli rzut S_n wektora \vec{S} równa się odległości h_n , to wektor \vec{S} dotyka płaszczyzny.

$$h_n = \vec{S} \cdot \vec{n} \quad (8)$$

Wyrażenie (8) jest warunkiem wystąpienia odkształceń plastycznych wywołanych płaszczyzną, którą będzie przemieszczał wektor przy jego wroście.

Wzory (2) i (8) są podstawowymi zależnościami rozpatrywanej w artykule uogólnionej teorii plastyczności Iliuszyna.



Rys. 2

2. Granica plastyczności przy czystym ścinaniu

Aby określić teoretycznie granicę plastyczności, konieczne jest zadanie funkcji f . Rozpatrzmy dwa najprostsze warianty:

a) funkcja f wykładnicza

$$f = \sqrt{P^2 + r\varphi_n + I_n^2} \quad (9)$$

b) funkcja f liniowa

$$f = P + r\varphi_n + I_n \quad (10)$$

gdzie:

P – granica pełzania przy czystym ścinaniu, tj. granica plastyczności przy nieskończonej małej prędkości obciążenia

r – stała

Zacznijemy od wariantu funkcji wykładniczej (9) dla czystego ścinania, tj. $S_1 = S_2 = 0$
 a $S_3 = \sqrt{2}\tau_{xy} > 0$

Przyjmując stałą prędkość obciążenia z wzoru (7) otrzymamy:

$$I_n = I \sin \beta \cos \lambda \quad (11)$$

gdzie:

$$I = \frac{bv}{p} \cdot (1 - e^{-pt}) \quad v = \frac{dS_3}{dt} = \text{const}$$

Dla granicy plastyczności mamy $\beta = \frac{\pi}{2}$, $\lambda = 0$ i $\varphi_n = 0$

Wtedy z wzoru (4), (8) i (9) otrzymamy:

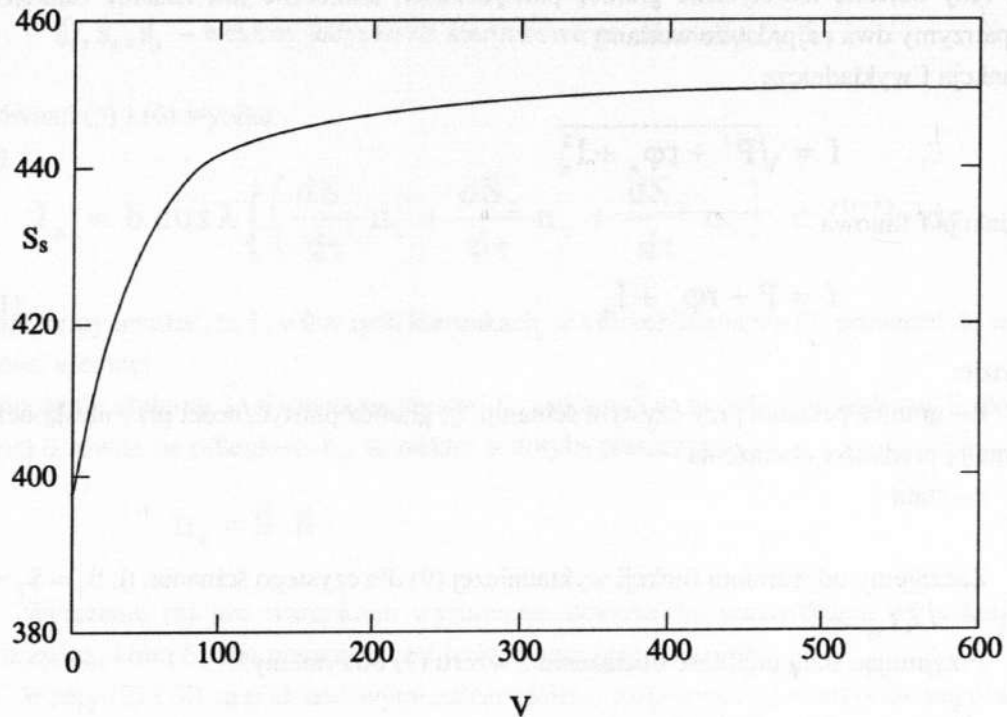
$$S_s^2 = P^2 + \frac{b^2 v^2}{p^2} (1 - e^{-pt})^2 \quad (12)$$

gdzie:

S_s – granica plastyczności przy czystym ścinaniu, odpowiadająca prędkości obciążenia v

$t = \frac{S_s}{v}$ – czas osiągnięcia granicy plastyczności S_s przez S_3

Na rys. 3 pokazana jest zależność granicy plastyczności od prędkości obciążenia. Krzywa 1 wykreślana jest przy stałych: $P = 395 \text{ MPa}$; $b = 0,5 \text{ MPa}^{-1}$; $p = 0,05 \text{ s}^{-1}$.



Rys. 3

Jak pokazano na rys. 3, krzywe pokazujące zależności granicy plastycznej od prędkości naprężenia mają asymptoty.

3. Wykresy odkształceń w funkcji naprężeń przy skręcaniu

Aby określić intensywność Φ_n posłużymy się wzorami (4), (8) i (9), z których otrzymamy:

$$r\Phi_n = \frac{S_3^2 \cdot \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \lambda}{P^2} - I_n^2 - 1 \quad (13)$$

Podstawiając za I_n wyrażenie (11) otrzymamy:

$$r\Phi_n = P^2 \left(\frac{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \lambda}{a^2} - 1 \right) \quad (14)$$

$$a = \frac{P}{\sqrt{S_3^2 - I^2}}$$

Podstawiając φ_n do wzoru (2) dla funkcji f kwadratowej, otrzymamy składową odkształcenia ε_3 w postaci:

$$\varepsilon_3 = \frac{\pi P^2}{6ra^2} (2\sqrt{1-a^2} - 5a^2\sqrt{1-a^2} + 3a^4 \ln \frac{1+\sqrt{1-a^2}}{a}) \quad (15)$$

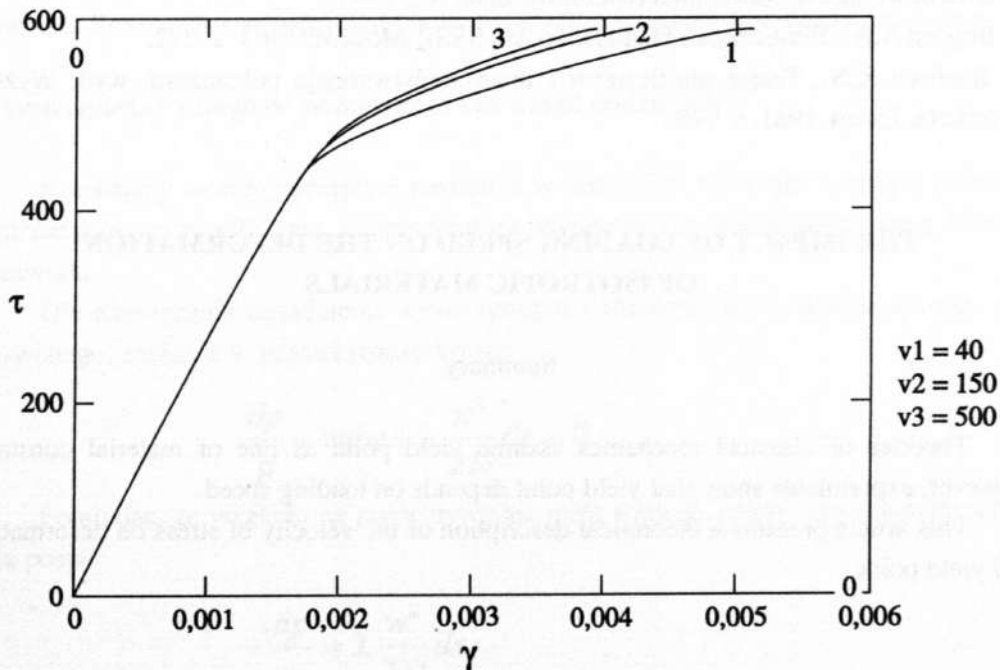
Jeśli funkcja f będzie liniowa to:

$$\varepsilon_3 = \frac{\pi P}{3r} \left(\frac{\arccos a}{a} - 2\sqrt{1-a^2} + a^2 \ln \frac{1+\sqrt{1-a^2}}{a} \right) \quad (16)$$

Według wzoru (15) sporządzono wykres czystego ścinania (rys. 4) dla trzech prędkości naprężenia $v = 40$ MPa/s; $v = 150$ MPa/s; $v = 500$ MPa/s.

Przy określaniu zależności τ_{xy} od γ_{xy} (gdzie: $\tau_{xy} = \frac{S_3}{\sqrt{2}}$ od $\gamma_{xy} = \sqrt{2} \cdot \varepsilon_3$)

przyjęto następujące wartości stałych: $P = 395$ MPa; $b = 0,5$ MPa⁻¹; $p = 0,05$ s⁻¹; $r = 104$. Natomiast funkcję f przyjęto w postaci wykładniczej (9), dla której odkształcenia wyraża wzór (15).



Rys. 4

Podsumowanie

W wyniku wprowadzenia całki I uzyskano teoretyczną zależność granicy plastyczności od prędkości naprężeń. Uzyskano również zależność odkształceń plastycznych od prędkości obciążenia. Według przedstawionej teorii wraz ze wzrostem prędkości rośnie wartość granicy plastyczności.

Z rys. 4 widoczna jest zależność odkształceń od prędkości naprężeń. Wraz ze wzrostem prędkości obciążenia, odkształcenia maleją w odniesieniu do wartości naprężeń.

Zależność odkształceń od prędkości naprężeń jest niewielka – zwiększenie prędkości 100 razy zmniejsza wartość odkształceń dla tych samych naprężeń 1,3 raza. Jest to zgodne z danymi doświadczalnymi.

Tak więc przy małej różnicy prędkości można jej nie uwzględniać – tak jest też w klasycznych teoriach plastyczności. Przy dużych prędkościach obciążania należy jednak je uwzględniać.

LITERATURA

- [1] Andrusik Ja.F., Rusinko K.N., Пластическое деформирование упругоупрочнившихся материалов при нагружении в трехмерном подпространстве пятимерного пространства девятиугольников, *Mechanika tverdogo tela*, N2, 1993.
- [2] Iliusin A.A., *Пластичность*, Izdatelstwo AN SSSR Moskwa 1963, s. 272.
- [3] Rusinko K.N., *Teoria plasticnosti i neustanowiwsejsja poluczestii*, wyd. Wyższa Szkoła, Lwów 1981, s. 148.

THE IMPACT OF LOADING SPEED ON THE DEFORMATION OF ISOTROPIC MATERIALS

Summary

Theories of classical mechanics assume yield point as one of material constants. However, experiments show that yield point depends on loading speed.

This article presents a theoretical description of the velocity of stress on deformation and yield point.