

FELICJA WYSOCKA

WSP w Bydgoszczy

ZASTOSOWANIE ZMODYFIKOWANEJ METODY POWELLA DO APROKSYMACJI CHARAKTERYSTYKI TŁUMIENIOWEJ FILTRU ŚRODKOWOPRZEPUSTOWEGO DYSYMETRYCZNEGO**1. Wstęp**

Przy projektowaniu filtrów LC liniowych, stacjonarnych, skupionych¹ w wielu przypadkach zachodzi potrzeba przeprowadzania aproksymacji zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej A_s o dowolnym² przebiegu w pasmie przepustowym i tłumieniowym.

Jeszcze kilkanaście lat temu zadania aproksymacji charakterystyk A_s rozwiązywano głównie przy użyciu metod graficzno-analitycznych tzw. szablonowych [1, 8]³. Metody te umożliwiają wprawdzie przeprowadzenie aproksymacji charakterystyk A_s o dowolnym przebiegu w pasmie przepustowym i tłumieniowym, jednak do tego celu były rzadko stosowane, ze względu na zbytnią pracochłonność.

Obeenie zadania aproksymacji charakterystyk A_s filtrów rozwiązuje się różnymi metodami iteracyjnymi przy użyciu maszyn cyfrowych. Konkretnie metody rozwiązywania zadań aproksymacji charakterystyk tłumienności skutecznej o dowolnym przebiegu w pasmie przepustowym i tłumieniowych opisane są m.in. w pracach [2, 4, 7, 9, 10]. Na podstawie tych metod zostały opracowane za granicą odpowiednie programy obliczeniowe. Programy te są u nas jednak praktycznie niedostępne. Ponadto, metody opisane w literaturze posiadają szereg niedogodności.

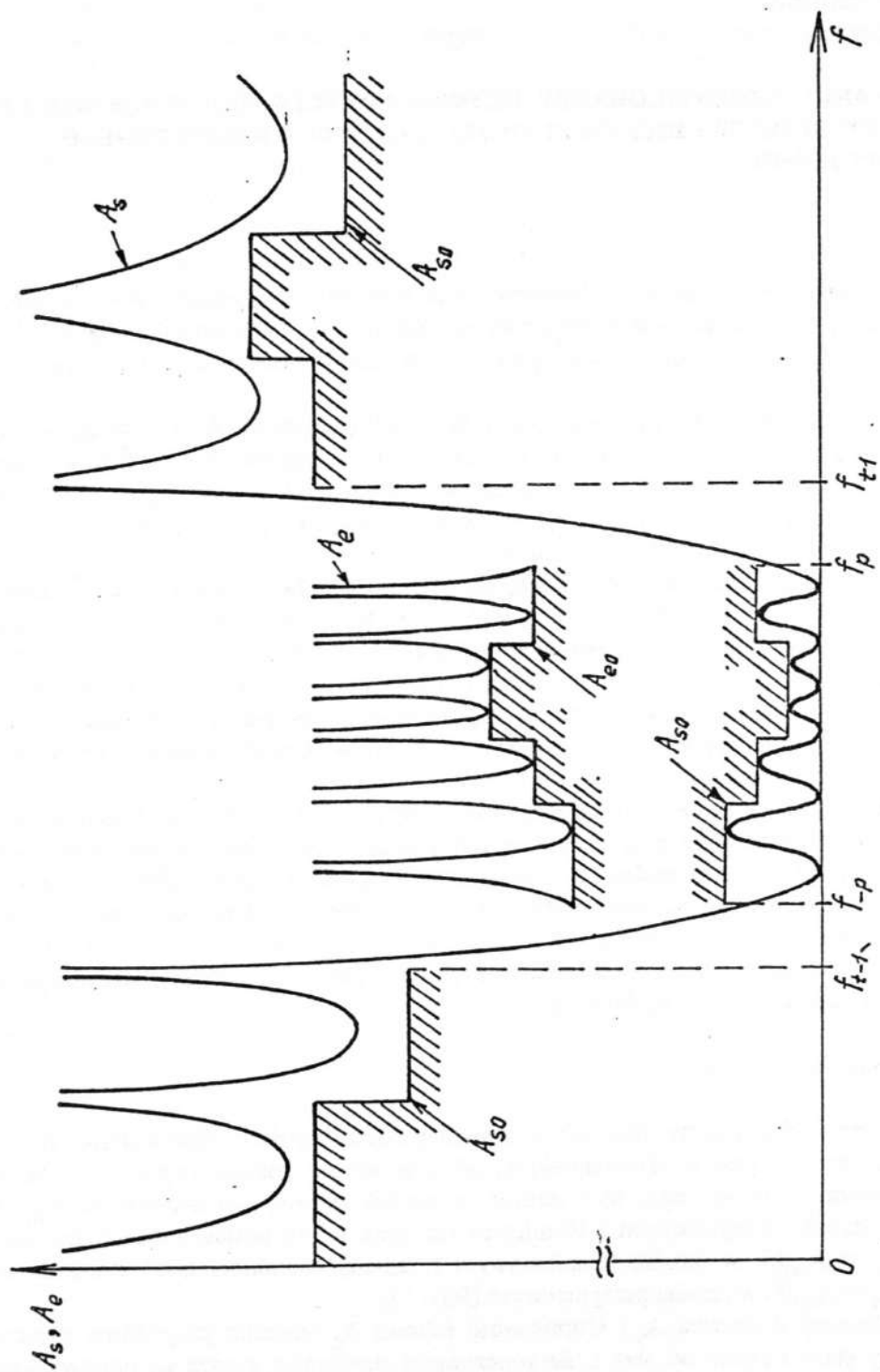
W niniejszej pracy zaproponowano sposób rozwiązania problemu aproksymacji charakterystyki A_s o dowolnym przebiegu w pasmie przepustowym i tłumieniowym w oparciu o wybraną metodę optymalizacji. Rozpatrzono jedynie przypadek filtra środkowo-przepustowego dysymetrycznego (skrót Sp dys), gdyż przypadek filtra dolnoprzepustowego został już opisany przez autorkę w [14].

W pracy podano również opis oraz sieć działań programu AP2S umożliwiającego aproksymację charakterystyki A_s filtra Sp dys.

2. Sformułowanie problemu

Rozważmy reaktancyjny filtr LC o dowolnej charakterystyce tłumienności skutecznej A_s zarówno w pasmie tłumieniowym, jak i w pasmie przepustowym. Wymagania stawiane takiemu filtrowi mogą być podane w postaci zadanej charakterystyki $A_{s0} = A_{s0}(f)$ w pasmie przepustowym i tłumieniowym bądź też w postaci zadanej charakterystyki $A_{s0} = A_{s0}(f)$ w pasmie tłumieniowym i zadanej charakterystyki tłumienności echowej $A_{e0} = A_{e0}(f)$ w pasmie przepustowym (Rys. 1).

Tłumienność skuteczna A_s i tłumienność echowa A_e reaktancyjnego filtra włączonego między stałe i różne od zera i nieskończoności rezystancje wyraża się odpowiednio wzorami [1]:



Rys. 1. Zadane charakterystyki tłumienności skutecznej A_{so} i tłumienności echowej A_{eo} oraz charakterystyki A_s i A_e otrzymane w wyniku aproksymacji, gdzie f_{-p} , f_p , f_{-t1} , f_{t1} — częstotliwości krańcowe odpowiednio pasma przepustowego i tłumieniowego

$$A_s = A_s(x) = \ln \frac{g(jx)}{f(jx)} = \frac{1}{2} \ln \left(1 + |\varphi(jx)|^2 \right) \quad (1)$$

$$A_e = A_e(x) = \ln \frac{g(jx)}{h(jx)} = \frac{1}{2} \ln \left(1 + |\varphi(jx)|^{-2} \right) \quad (2)$$

gdzie: $x = \omega/\omega_0$ – częstotliwość zredukowana,

ω – pulsacja bieżąca,

ω_0 – pulsacja odniesienia,

$\varphi(jx)$ – funkcja filtracji,

$g(jx)$, $f(jx)$, $h(jx)$ – odpowiednie wielomiany⁴.

Aby czwórnik reaktancyjny minimalnofazowy o wielomianach $g(\lambda)$, $h(\lambda)$ i $f(\lambda)$, gdzie $\lambda = jx$, był realizowalny fizycznie, muszą być spełnione następujące warunki:

- 1) wielomiany $g(\lambda)$, $h(\lambda)$ i $f(\lambda)$ muszą być wielomianami rzeczywistymi;
- 2) wielomian $g(\lambda)$ musi być wielomianem Hurwitza, tzn. jego zera muszą znajdować się w lewej otwartej półpłaszczyźnie zmiennej,
- 3) wielomian $f(\lambda)$ powinien być wielomianem parzystym lub nieparzystym,
- 4) wielomiany $g(\lambda)$, $h(\lambda)$ i $f(\lambda)$ powinny spełniać równanie charakterystyczne

$$g(\lambda) \cdot \bar{g}(\lambda) = f(\lambda) \cdot \bar{f}(\lambda) + h(\lambda) \cdot \bar{h}(\lambda) \quad (3)$$

gdzie: $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{f}(\lambda)$, $\bar{h}(\lambda)$ są wielomianami sprzężonymi z $g(\lambda)$, $f(\lambda)$, $h(\lambda)$, np. więc $\bar{g}(\lambda) = g(\lambda)$ itp.,

- 5) dla $x \in \langle 0, \infty \rangle$ moduł funkcji przenoszenia $S(\lambda)$ powinien być nie mniejszy od jedności, tzn.

$$\bigwedge_{x \in \langle 0, \infty \rangle} S(\lambda) = \left| \frac{g(\lambda)}{f(\lambda)} \right| \geq 1 \quad \lambda = jx \quad (4)$$

Tłumiennosc skuteczna $A_s(x)$ i tłumiennosc echowa $A_e(x)$ związane są ze sobą wzorem Feldtkellera [1]

$$\exp(-2 A_s(x)) + \exp(-2 A_e(x)) = 1 \quad (5)$$

Ze wzoru tego wynika, że bieguny funkcji $A_e(x)$ i zera funkcji $A_s(x)$ występują przy tych samych częstotliwościach x .

Należy ponadto zauważyć, że charakterystyka $A_e(x)$ w pasmie przepustowym ma przebieg analogiczny do przebiegu charakterystyki $A_s(x)$ w pasmie tłumieniowym w tym sensie, że ma bieguny i minima. Z tego właśnie powodu wygodniej jest rozpatrywać w pasmie przepustowym zamiast charakterystyki $A_s(x)$ charakterystykę $A_e(x)$. Umożliwia to bowiem stosowanie zbliżonych procedur obliczeniowych zarówno dla pasma przepustowego, jak i dla pasma tłumieniowego.

Jak wynika ze wzorów (1) i (2), zadanie aproksymacji charakterystyk $A_s(x)$ i $A_e(x)$ można rozwiązywać w drodze aproksymacji funkcji filtracji. Znając postać tej funkcji można następnie wyznaczyć wielomiany $g(\lambda)$, $h(\lambda)$ i $f(\lambda)$ niezbędne do przeprowadzenia syntezy filtru.

Rozpatrzmy filtry Sp dys robocze symetryczny i antymetryczny. W przypadku tych filtrów funkcja filtracji i jej moduł wyrażają się odpowiednio wzorami:

– dla filtru Sp dys roboczego symetrycznego

$$\varphi(\lambda) = C \frac{\prod_{i=1}^m (\lambda^2 + x_{oi}^2)}{\lambda^2 \prod_{i=1}^n (\lambda^2 + x_{\infty i}^2)} \quad (6)$$

$$\left| \varphi(\lambda) \right|_{\lambda = jx} = \left| C \frac{\prod_{i=1}^m (x^2 - x_{oi}^2)}{x^2 \prod_{i=1}^n (x^2 - x_{\infty i}^2)} \right| \quad (7)$$

– dla filtru Sp dys roboczego antymetrycznego

$$\varphi(\lambda) = C \frac{\prod_{i=1}^m (\lambda^2 + x_{oi}^2)}{\lambda \prod_{i=1}^n (\lambda^2 + x_{\infty i}^2)} \quad (8)$$

$$\left| \varphi(\lambda) \right|_{\lambda = jx} = \left| C \frac{\prod_{i=1}^m (x^2 - x_{oi}^2)}{x \prod_{i=1}^n (x^2 - x_{\infty i}^2)} \right| \quad (9)$$

gdzie: C – stała,

n – liczba biegunów funkcji φ (nie licząc biegunów dla $x = 0$ i $x = \infty$),

m – liczba zer funkcji φ ,

x_{oi} – częstotliwość zredukowana i-tego zera funkcji φ , $i = 1, 2, \dots, m$,

$x_{\infty i}$ – częstotliwość zredukowana i-tego bieguna funkcji φ , $i = 1, 2, \dots, n$,

Aby filtry te były realizowalne fizycznie, stopień wielomianu licznika funkcji filtracji określonej wzorami (6) i (8) powinien być większy od stopnia wielomianu mianownika [6]

Niech $A_{e0}(x)$ będzie wymaganą tłumiennością echową w pasmie przepustowym $P = x_{-p}, x_p$, $\underline{x}_0 = [x_{o1}, \dots, x_{om}]^T$ – wektorem parametrów x_{oi} ($x_{oi} < x_{oi+1}$), a θ_{pk} ($k = 1, 2, \dots, m+1$) niech stanowi oznaczenie przedziałów określonych następująco:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{p1} &= \langle x_{-p}, x_{o1} \rangle, \\ \theta_{pl} &= (x_{o(l-1)}, x_{ol}), l = 2, 3, \dots, m, \\ \theta_{p(m+1)} &= (x_{om}, x_p \rangle \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Ponadto niech $A_{s0}(x)$ będzie wymaganą tłumiennością skuteczną w obu pasmach tłumieniowych dolnym $T_{dol} = \langle x_{-t2}, x_{-t1} \rangle$ i górnym $T_{gor} = \langle x_{t1}, x_{t2} \rangle$, $X_{\infty} = [x_{\infty 1}, \dots, x_{\infty n}]^T$ – wektorem parametrów $x_{\infty i}$ ($x_{\infty i} \in \langle x_{\infty i}, x_{\infty (i+1)} \rangle$) oraz niech θ_{tk} , $k = 1, 2, \dots, n+1$, stanowi oznaczenie przedziałów określonych następująco:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{t1} &= \langle x_{-t2}, x_{\infty 1} \rangle, \\ \theta_{tl} &= (x_{\infty (l-1)}, x_{\infty l}), \quad l = 2, \dots, l_D, \\ \theta_{tl_{D+1}} &= (x_{\infty l_D}, x_{-t1}) \cup \langle x_{t1}, x_{\infty (l_D+1)} \rangle \\ \theta_{tr} &= (x_{\infty (r-1)}, x_{\infty r}), \quad r = l_D+2, \dots, n, \\ \theta_{t(n+1)} &= (x_n, x_{t2}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

gdzie: l_D – liczba parametrów $x_{\infty i}$ związanych z dolnym pasmem tłumieniowym.

Aproksymację uważamy za optymalną, gdy spełnione są następujące warunki:

- 1) otrzymana w wyniku aproksymacji funkcja filtracji jest możliwie małego stopnia,
- 2) wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{ek}(X_0, X_{\infty}, C)$ pomiędzy charakterystyką tłumienności $A_e(x, X_0, X_{\infty}, C)$ otrzymaną w wyniku aproksymacji i zadaną charakterystyką $A_{e0}(x)$ w przedziałach θ_{pk} , $k = 1, \dots, m+1$, są jednakowe i nieujemne (Rys. 2),
- 3) wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{sk}(X_0, X_{\infty}, C)$ pomiędzy charakterystyką tłumienności $A_s(x, X_0, X_{\infty}, C)$ otrzymaną w wyniku aproksymacji i zadaną charakterystyką $A_{s0}(x)$ w przedziałach θ_{tk} , $k = 1, \dots, n+1$, są jednakowe i nieujemne.

Zadanie aproksymacji można zatem sformułować w sposób następujący:

- 1) wyznaczyć minimalne liczby n i m , takie by:

$$\bigwedge_{x \in P} A_e(x, X_0, X_{\infty}, C) - A_{e0} > 0 \quad (12)$$

$$\bigwedge_{x \in T} A_s(x, X_0, X_{\infty}, C) - A_{s0} > 0 \quad (13)$$

- 2) dla tak ustalonych n i m wyznaczyć takie wektory

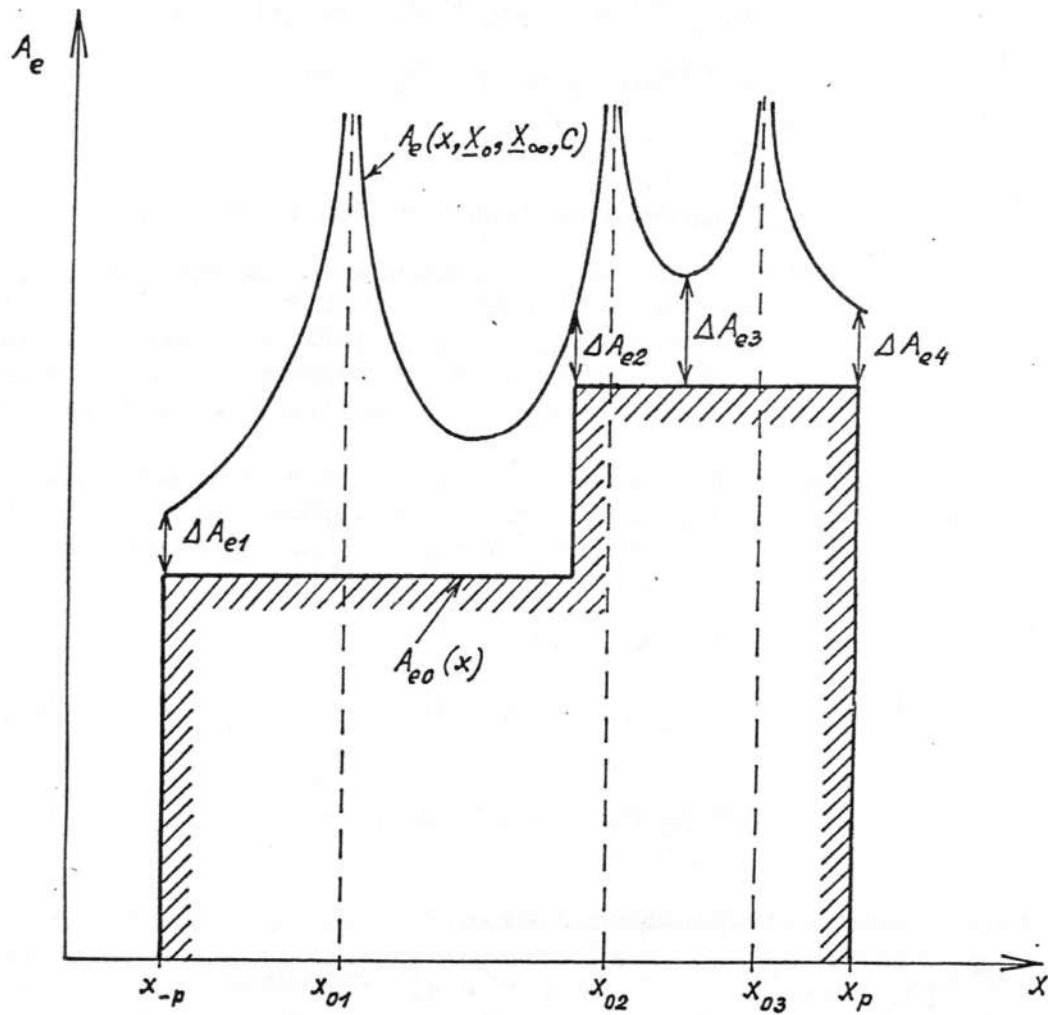
$$X^* = [x_{o1}^*, \dots, x_{om}^*]^T \text{ i } X_{\infty}^* = [x_{\infty 1}^*, \dots, x_{\infty n}^*]^T \text{ oraz stałą } C,$$

przy czym:

$$\bigwedge_{i=1, 2, \dots, m} x^* \in \langle x_{-p}, x_p \rangle \quad (14)$$

$$\bigwedge_{i=1, 2, \dots, n} x^* \in \langle x_{-t2}, x_{-t1} \rangle \cup \langle x_{t1}, x_{t2} \rangle \quad (15)$$

dla których



Rys. 2. Sposób wyznaczania wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{ek}(X_0, X_\infty, C)$ pomiędzy charakterystykami tłumienności echowej aproksymującą $A_e(x, X_0, X_\infty, C)$ i aproksymowaną $A_{e0}(x)$ w poszczególnych przedziałach θ_{pk} , $k = 1, 2, 3, 4$

$$\begin{array}{l} \triangle \\ \swarrow \quad \searrow \\ k, l = 1, 2, \dots, m+1 \end{array} \Delta A_{ck}(X_0, X_\infty, C) = \Delta A_{cl}(X_0, X_\infty, C) \quad (16)$$

$$\begin{array}{l} \triangle \\ \swarrow \quad \searrow \\ k, l = 1, 2, \dots, n+1 \end{array} \Delta A_{sk}(X_0, X_\infty, C) = \Delta A_{sl}(X_0, X_\infty, C) \quad (17)$$

gdzie:

$$\Delta A_{ck}(X_0, X_\infty, C) = \min_{x \in \theta_{pk}} \left(A_e(x, X_0, X_\infty, C) - A_{e0}(x) \right) \quad (18)$$

$$\Delta A_{sk}(X_0, X_\infty, C) = \min_{x \in \theta_{tk}} \left(A_s(x, X_0, X_\infty, C) - A_{s0}(x) \right) \quad (19)$$

3. Sposób wyznaczenia współczynników funkcji filtracji

Dla ogólnego przypadku zadanej charakterystyki $A_{s0}(x)$ filtru Sp dys nie ma wzorów, które na podstawie przebiegu tej charakterystyki w pasmach przepustowym i tłumieniowym pozwalają bezpośrednio wyznaczyć stopnie mianownika i licznika funkcji filtracji. Wobec tego zdecydowano się na wyznaczenie tych stopni w sposób następujący. Założono mianowicie, że stopień mianownika jest równy podwojonej liczbie ogniw odpowiedniego falowego filtru Sp dys o wyrównanej charakterystyce tłumieniowej⁶, a stopień licznika – najmniejszej liczbie naturalnej, dla której filtr jest realizowalny fizycznie.

Liczbę ogniw \tilde{n} falowego filtru Sp dys o wyrównanej charakterystyce tłumieniowej można określić za pomocą następującej zależności [8]:

– dla falowego filtru symetrycznego

$$\tilde{n} = \begin{cases} n' - \text{gdy } n' \text{ jest liczbą całkowitą,} \\ E(n') + 1 - \text{gdy } n' \text{ jest liczbą ułamkową,} \end{cases} \quad (20)$$

– dla falowego filtru antymetrycznego

$$\tilde{n} = \begin{cases} n' - \text{gdy } n' \text{ jest równe } 1/2, 3/2, 5/2, \text{ itd.} \\ \lceil n' \rceil + 1/2 - \text{gdy } n' \text{ nie jest równe } 1/2, 3/2, 5/2, \text{ itd.} \end{cases} \quad (21)$$

przy czym⁷

$$n' = \frac{A_{\min} + \ln 2}{\ln 2 + 2 \operatorname{arth} \sqrt{k_t^2}} \quad (22)$$

gdzie: $E(n')$ – entier liczby n' ,

$\lceil n' \rceil$ – funkcja określona następująco:

$$\lceil n' \rceil = \begin{cases} E(n') - \text{dla } E(n') \ll n' < E(n') + 1/2, \\ E(n') + 1 - \text{dla } E(n') + 1/2 \ll n' < E(n') + 1 \end{cases} \quad (23)$$

$k_t = \sqrt{1 - k_t^2}$ – współczynnik,

k_t – współczynnik wykorzystania teoretycznego pasma tłumieniowego wyrażony wzorem

$$k_t = \sqrt{\frac{\frac{x_p^2 - x^2}{p} - \frac{x^2 - x_{-p}^2}{-p}}{\frac{x_p^2 - x^2}{p} - x_{-t1}} \cdot \frac{x_{t1}^2 - x^2}{x_{t1}^2 - x_{-p}^2}} \quad (24)$$

A_{\min} – minimalna tłumienność falowa filtra w pasmie tłumieniowym.

W rozpatrywanym przypadku mamy jednak do czynienia z filtrami roboczymi, zarówno symetrycznymi jak i antymetrycznymi, i to najczęściej o charakterystykach $A_{SO}(x) \neq \text{const}$ w pasmie przepustowym i $A_{SO}(x) \neq \text{const}$ w pasmie tłumieniowym. W związku z tym, przed skorzystaniem z zależności odpowiednio (20) i (21) należy:

- 1) określić średnią wartość $A_{s\bar{s}r}$ tłumienności skutecznej $A_{SO}(x)$ w pasmie przepustowym według wzoru

$$A_{s\bar{s}r} = \frac{\int_p A_{SO}(x) dx}{x_p - x_{-p}} \quad (25)$$

- 2) przejść z charakterystyki $A_{SO}(x)$ na charakterystykę tłumienności falowej $A(x)$ w pasmie tłumieniowym korzystając z zależności

$$A(x) \approx A_{SO}(x) + \ln \frac{2}{\sqrt{\exp(2 A_{s\bar{s}r}) - 1}} \quad (26)$$

- 3) przejść ze zmiennej x w pasmie tłumieniowym na zmienną η określoną wzorem⁸

$$\eta = \ln \sqrt{\frac{x^2 - x^2}{x^2 - x^2}} \quad (27)$$

- 4) sprowadzić otrzymaną charakterystykę $A = A(\eta)$ do odpowiadającej jej wzorcowej charakterystyki uśrednionej $A_1 = \text{const}$ według wzoru

$$A_1 = \frac{\int_{D_{\text{dol}}} A(\eta) d\eta + \int_{D_{\text{gor}}} A(\eta) d\eta}{\eta_{t2} - \eta_{t1} + \eta_{-t1} - \eta_{-t2}} \quad (28)$$

gdzie: $D_{\text{dol}} = \langle \eta_{-t2}, \eta_{-t1} \rangle$ – przedział na osi η odpowiadający dolnemu pasmu tłumieniowemu,

$D_{\text{gor}} = \langle \eta_{t1}, \eta_{t2} \rangle$ – przedział na osi η odpowiadający górnemu pasmu tłumieniowemu.

Mając wyznaczoną liczbę n przyjmujemy początkowo, że $m = n+1$. Jeżeli jednak okazałoby się, że przy takiej wartości m wymagania w pasmie przepustowym nie mogą być spełnione, liczbę tę należy zwiększyć.

W celu znalezienia współrzędnych wektorów \underline{X}_0^* i \underline{X}_∞^* , a tym samym wyznaczenia optymalnego dla danej charakterystyki $A_{SO}(x)$ położenia biegunów i zer funkcji filtracji, wygodnie jest określić takie funkcje $w_1(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ i $w_2(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$, które przy spełnieniu odpowiednio (16) i (17) osiągają minimum. Przyjmujemy, że funkcje te mają następującą postać:

$$w_1(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty) = \sum_{k=1}^{m+1} \left(\Delta A_{ck}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C) - \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \Delta A_{ci}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C)}{m+1} \right)^2 \quad (29)$$

$$w_2(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty) = \sum_{k=1}^{n+1} \left(\Delta A_{sk}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C) - \frac{\sum_{i=1}^{n+1} \Delta A_{si}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C)}{n+1} \right)^2 \quad (30)$$

W [13] wykazano, że dla

$$\left| \varphi(x, \underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C) \right|^{-2} \gg 1 \quad (31)$$

w pasmie przepustowym wartość funkcji $w_1(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ jest praktycznie niezależna⁹ od wartości stałej C. Wykazano również, że dla

$$\left| \varphi(x, \underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C) \right|^2 \gg 1 \quad (32)$$

w pasmie tłumieniowym wartość funkcji $w_2(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ jest praktycznie niezależna od wartości stałej C. Dla spotykanych w praktyce funkcji filtracji spełniony jest zarówno warunek (31) w pasmie przepustowym, jak i warunek (32) w pasmie tłumieniowym. Można więc przyjąć, że funkcje $w_1(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ i $w_2(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ są praktycznie niezależne od wartości stałej C.

Przy spełnieniu równości (16) funkcja $w_1(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ osiąga minimum po \underline{X}_0 dla danego wektora \underline{X}_∞ . Podobnie przy spełnieniu równości (17) funkcja $w_2(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ osiąga minimum po \underline{X}_∞ dla danego wektora \underline{X}_0 . Problem wyrównania różnic $\Delta A_{ek}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C)$, $k = 1, 2, \dots, m+1$, sprowadza się w ten sposób do zadania znalezienia takiego wektora \underline{X}_0 , dla którego funkcja $w_1(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ osiąga minimum globalne dla danego \underline{X}_∞ przy ograniczeniach:

$$\left. \begin{array}{l} \bigwedge_{i=1,2,\dots,m} x_{-p} - x_{oi} \leq 0, \\ \bigwedge_{i=1,2,\dots,m} x_{oi} - x_p \leq 0, \\ \bigwedge_{k=1,2,\dots,m+1} -\Delta A_{ek}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C) \leq 0 \end{array} \right\} \quad (33)$$

Podobnie, problem wyrównania różnic $\Delta A_{sk}(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty, C)$, $k = 1, 2, \dots, n+1$, sprowadza się do znalezienia takiego wektora \underline{X}_∞ , dla którego funkcja $w_2(\underline{X}_0, \underline{X}_\infty)$ osiąga minimum globalne dla danego \underline{X}_0 przy ograniczeniach:

$$\left. \begin{array}{l} \bigwedge_{i=1,2,\dots,n} x_{-t2} - x_{\infty i} \leq 0, \\ \bigwedge_{i=1,2,\dots,n} x_{\infty i} - x_{t2} \leq 0, \end{array} \right\} \quad (34)$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \bigwedge_{i=1,2,\dots,D} x_{\infty 1} - x_{-t1} \leq 0, \\
 \bigwedge_{i=1,2,\dots,D+1,2,2,n} x_{t1} - x_{\infty 1} \leq 0 \\
 \bigwedge_{i=1,2,\dots,n+1} -\Delta A_{sk}(X_0, X_{\infty}, C) \leq 0.
 \end{array} \right\}$$

Ze względu na fakt, że w pierwszym z wymienionych zadań wektor X_{∞} traktowany jest jako parametr, a X_0 jako zmienna, natomiast w drugim wektor X_0 traktowany jest jako parametr, a X_{∞} jako zmienna, przed przystąpieniem do rozwiązywania tych zadań należy zdecydować, które z nich należy rozwiązywać jako pierwsze.

Przeprowadzone próby [12] wykazały, że jako pierwsze wygodnie jest rozwiązywać zadanie poszukiwania wektora X_0 minimalizującego funkcję $w_1(X_0, X_{\infty})$ przy założonym początkowym wektorze X_{∞} . Znajdąc rozwiązanie \tilde{X}_0^* tego zadania należy następnie przystąpić do rozwiązywania zadania poszukiwania wektora X_{∞} minimalizującego funkcję $w_2(X_0, X_{\infty})$ przy $X_0 = \tilde{X}_0^*$. Ponieważ zmiany wartości współrzędnych wektora X_{∞} powodują jednak pewną zmianę przebiegu charakterystyki $A_e(x, X_0, X_{\infty}, C)$ w pasmie przepustowym, należy jeszcze, w razie potrzeby, powtórnie rozwiązać zadanie poszukiwania wektora X_0 minimalizującego funkcję $w_1(X_0, X_{\infty})$ przy $X_0 = \tilde{X}_0^*$, gdzie \tilde{X}_{∞}^* stanowi rozwiązanie poprzedniego zadania. W rozpatrywanym zadaniu poszukiwania wektora X_0 jako wartości współrzędnych punktu startowego przyjmujemy wartości współrzędnych wektora \tilde{X}_0^* . Punkt startowy znajduje się więc bardzo blisko poszukiwanego rozwiązania X_0^* , co powoduje, że zmiany wartości współrzędnych wektora X_0 są stosunkowo niewielkie i praktycznie nie wywołują zmian przebiegu charakterystyki $A_s(x, X_0, X_{\infty}, C)$ w pasmie tłumieniowym.

Znając wartości współrzędnych wektorów $X_0^* = [x_{01}^*, \dots, x_{0m}^*]^T$ oraz $X_{\infty}^* = [x_{\infty 1}^*, \dots, x_{\infty n}^*]^T$, wartość bezwzględna stałej C^* obliczamy odpowiednio ze wzoru:

– w przypadku filtru Sp dys roboczego symetrycznego

$$|C^*| = \frac{\prod_{i=1}^n (x^2 - x_{\infty i}^{*2})}{\prod_{i=1}^m (x^2 - x_{oi}^{*2})} \sqrt{\exp(2 A_s(x)) - 1} \quad (35)$$

– w przypadku filtru Sp dys roboczego antymetrycznego

$$|C^*| = \frac{x^2 \prod_{i=1}^n (x^2 - x_{\infty i}^{*2})}{\prod_{i=1}^m (x^2 - x_{oi}^{*2})} \sqrt{\exp(2 A_s(x)) - 1} \quad (36)$$

Przyjmujemy, że $C^* = |C^*|$, tzn., że stała C^* jest dodatnia.

Zadania poszukiwania wektora X_0 minimalizującego funkcję $w_1(X_0, X_{\infty})$ oraz poszukiwania wektora X_{∞} minimalizującego funkcję $w_2(X_0, X_{\infty})$ są zadaniami programowania nieliniowego z ograniczeniami. Z podanych w literaturze [3, 5] metod poszukiwania

minimum z ograniczeniami do rozwiązywania rozpatrywanych zadań wybrano zmodyfikowaną metodę Powella (z przesuwaną funkcją kary). Metoda ta umożliwia sprowadzenie zadania z ograniczeniami do ciągu zadań bez ograniczeń poprzez odpowiednią modyfikację funkcji celu¹⁰. Zadania programowania nieliniowego bez ograniczeń rozwiązywano metodą Fletchera-Powella-Davidona [3, 5].

Przy zadaniu poszukiwania wektora X_∞ minimalizującego funkcję $w_2(X_0, X_\infty)$ należy zwrócić uwagę na fakt, że mianownik funkcji filtracji jest źle uwarunkowany numerycznie. Z tego właśnie powodu odpowiednie zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami wygodniej jest rozwiązywać nie w zakresie zmiennej x , lecz w zakresie zmiennej η określonej wzorem (27). Ponadto, zamiast przedziałów θ_{tk} , $k = 1, 2, \dots, n+1$, na osi x wygodnie jest rozpatrywać przedziały θ_{tk}^η , $k = 1, 2, \dots, n+1$, na osi η określone następująco:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{t1}^\eta &= \langle \eta_{-t2}, \eta_1 \rangle, \\ \theta_{t1}^\eta &= \langle \eta_{-t1}, \eta_1 \rangle, \quad 1 = 2, 3, \dots, l_D, \\ \theta_{t(l_D+1)}^\eta &= \langle \eta_{1-D}, \eta_{-t1} \rangle \cup \langle \eta_{t1}, \eta_{1-D+1} \rangle, \\ \theta_{tp}^\eta &= \langle \eta_{p-1}, \eta_p \rangle, \quad p = l_D+2, l_D+3, \dots, n, \\ \theta_{t(n+1)}^\eta &= \langle \eta_n, \eta_{t2} \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

gdzie parametry η_i na osi η są odpowiednikami stosownych częstotliwości zredukowanych $x_{\infty i}$ na osi x .

4. Opis programu AP2S

Przedstawiony sposób aproksymacji posłużył do opracowania programu AP2S umożliwiającego aproksymację charakterystyk tłumienności skutecznej filtrów środkowoprzepustowych dysymetrycznych. Program ten został napisany w języku Fortran 1900 dla maszyny cyfrowej Odra 1305.

Aproksymowana charakterystyka A_{SO} zadana jest przez podanie 40 lub mniej współrzędnych f_i oraz $A_{SO}(f_i)$ jej punktów należących do pasma przepustowego oraz 40 lub mniej współrzędnych należących do pasma tłumieniowego, gdzie f_i – częstotliwość w hercach, $A_{SO}(f_i)$ – odpowiadająca jej wartość tłumienności skutecznej w decybelach lub w neperach. Jako dane wejściowe należy również podać:

- 1) wartość wykładnika NR występującego we wzorze określającym funkcję filtracji rozpatrywanego filtru

$$\varphi(\lambda) = C \frac{\prod_{i=1}^m (\lambda^2 + x_{oi}^2)}{\lambda^{NR} \prod_{i=1}^n (\lambda^2 + x_{\infty i}^2)} \quad (38)$$

- 2) liczby ILP i ILT współrzędnych f_i aproksymowanej charakterystyki $A_{SO}(f_i)$ należących odpowiednio do pasma przepustowego i tłumieniowego ($ILP \leq 40$, $ILT \leq 40$);
- 3) liczbę L1 współrzędnych f_i aproksymowanej charakterystyki $A_{SO}(f_i)$ znajdujących się w dolnym pasmie tłumieniowym;
- 4) informację, czy wartości $A_{SO}(f_i)$ podane są w decybelach czy w neperach (liczba informacyjna ID równa odpowiednio 1 lub 0);
- 5) informację, czy aproksymowana funkcja jest funkcją schodkową¹¹ w pasmie przepustowym, czy nie (liczba informacyjna KFP równa odpowiednio 1 lub 0) oraz czy jest ona funkcją schodkową w pasmie tłumieniowym czy nie (liczba informacyjna KFT równa odpowiednio 1 lub 0);
- 6) informację, czy chcemy otrzymywać wydruki wartości kolejnych współrzędnych funkcji $A_{eO}(x)$, $A_e(x, X_0, X_\infty, C)$, $A_{SO}(\eta)$, $A_s(\eta, X_0, X_\infty, C)$, jak również wykresy tych funkcji, czy też nie (liczba informacyjna IIT równa odpowiednio 1 lub 0);
- 7) informację, czy chcemy uzyskać wydruki wyników pośrednich, otrzymywanych przy pierwszym, a następnie co dwudziestym obliczaniu wartości funkcji celu, czy też nie (liczba informacyjna IWP równa odpowiednio 1 lub 0);
- 8) wartość parametru EPS, zwanego parametrem testu stopu procedury minimalizacyjnej bez ograniczeń [3, 5] (procedura ta kończy swoje działanie, gdy norma gradientu funkcji celu $\|F\| \leq EPS$).

W trakcie wykonywania programu AP2S wyznaczone są liczby n zer i m biegunów funkcji filtracji. Liczby te nie mogą przekraczać dwudziestu.

W programie AP2S do rozwiązywania zadań programowania nieliniowego z ograniczeniami zastosowano zmodyfikowaną metodę Powella. Ponadto w programie tym wykorzystano, po wprowadzeniu pewnych modyfikacji, procedurę DAP01, opracowaną w Instytucie Automatyki Politechniki Warszawskiej [11]. Procedura ta umożliwia rozwiązywanie zadań programowania nieliniowego bez ograniczeń metodą Fletchera-Powella-Davidona. Oryginalna procedura DAFPO1 korzysta z gradientu funkcji celu wyliczanego analitycznie. Ponieważ w przypadku rozpatrywanych funkcji celu nie ma możliwości analitycznego wyznaczenia gradientu, gradient ten estymowano numerycznie metodą Stewarta korzystając z następującego ogólnego wzoru

$$\frac{df(X)}{dx_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i - \Delta x_i, \dots, x_n)}{2 \Delta x_i} \quad (39)$$

Po przeprowadzeniu obliczeń przy użyciu programu AP2S otrzymujemy następujące wyniki końcowe:

- 1) liczby m zer i n biegunów funkcji filtracji;
- 2) wartości minimów funkcji $A_e(x, X_0, X_\infty, C)$ w kolejnych przedziałach θ_{pk} , $k = 1, 2, \dots, m+1$, oraz wartości minimalnych różnic $\Delta A_{ek}(X_0, X_\infty, C)$ w tych przedziałach
- 3) wartości minimów funkcji $A_s(\eta, X_0, X_\infty, C)$ w kolejnych przedziałach θ_{lk}^{η} ¹², $k = 1, 2, \dots, n+1$, oraz wartości minimalnych różnic $\Delta A_{sk}(X_0, X_\infty, C)$ w tych przedziałach;
- 4) optymalne wartości współrzędnych wektorów X_0 i X_∞ ;
- 5) optymalną wartość stałej C ;
- 6) częstotliwości zer i biegunów funkcji filtracji – po denormalizacji;
- 7) czas wykonywania obliczeń.

Zależnie od wartości liczb informacyjnych IIT i IWP można ponadto uzyskać wydruki:

- 1) wykresów funkcji $A_{e0}(x)$ oraz funkcji $A_e(x, X_0, X_\infty, C)$ ją aproksymującej, jak również wartości kolejnych współrzędnych obu tych funkcji;
- 2) wykresów funkcji $A_{s0}(\eta)$ oraz funkcji $A_s(\eta, X_0, X_\infty, C)$ ją aproksymującej, jak również wartości kolejnych współrzędnych obu tych funkcji;
- 3) wyników pośrednich.

Przy użyciu programu AP2S przeprowadzono aproksymację szeregu charakterystyk tłumienności skutecznej filtrów. Czas wykonywania obliczeń zależy od liczb n i m oraz od kształtu aproksymowanej charakterystyki A_s . Waha się on od kilkudziesięciu sekund do kilkudziesięciu minut.

Działanie programu zilustrujemy przykładem.

Przykład

Wyznaczyć położenie zer i biegunów tłumienności skutecznej A_s filtru środkowo-przepustowego dysymetrycznego o następujących danych:

- 1) Praktyczne pasmo przepustowe mieści się w przedziale częstotliwości od $f = 75$ [kHz] do $f = 90$ [kHz].
- 2) Tłumienność skuteczna w praktycznym pasmie przepustowym

$$A_{s0} \leq 1,0 \text{ [dB] dla } 75 \text{ [kHz]} \leq f \leq 80 \text{ [kHz]},$$

$$A_{s0} \leq 0,3 \text{ [dB] dla } 80 \text{ [kHz]} \leq f \leq 85 \text{ [kHz]},$$

$$A_{s0} \leq 1,5 \text{ [dB] dla } 85 \text{ [kHz]} \leq f \leq 90 \text{ [kHz]}.$$
- 3) Praktyczne pasmo tłumieniowe występuje w zakresie częstotliwości od $f = 0$ Hz do $f = 60$ kHz i od $f = 105$ kHz do $f =$.
- 4) Tłumienność skuteczna A_{s0} w praktycznym pasmie tłumieniowym

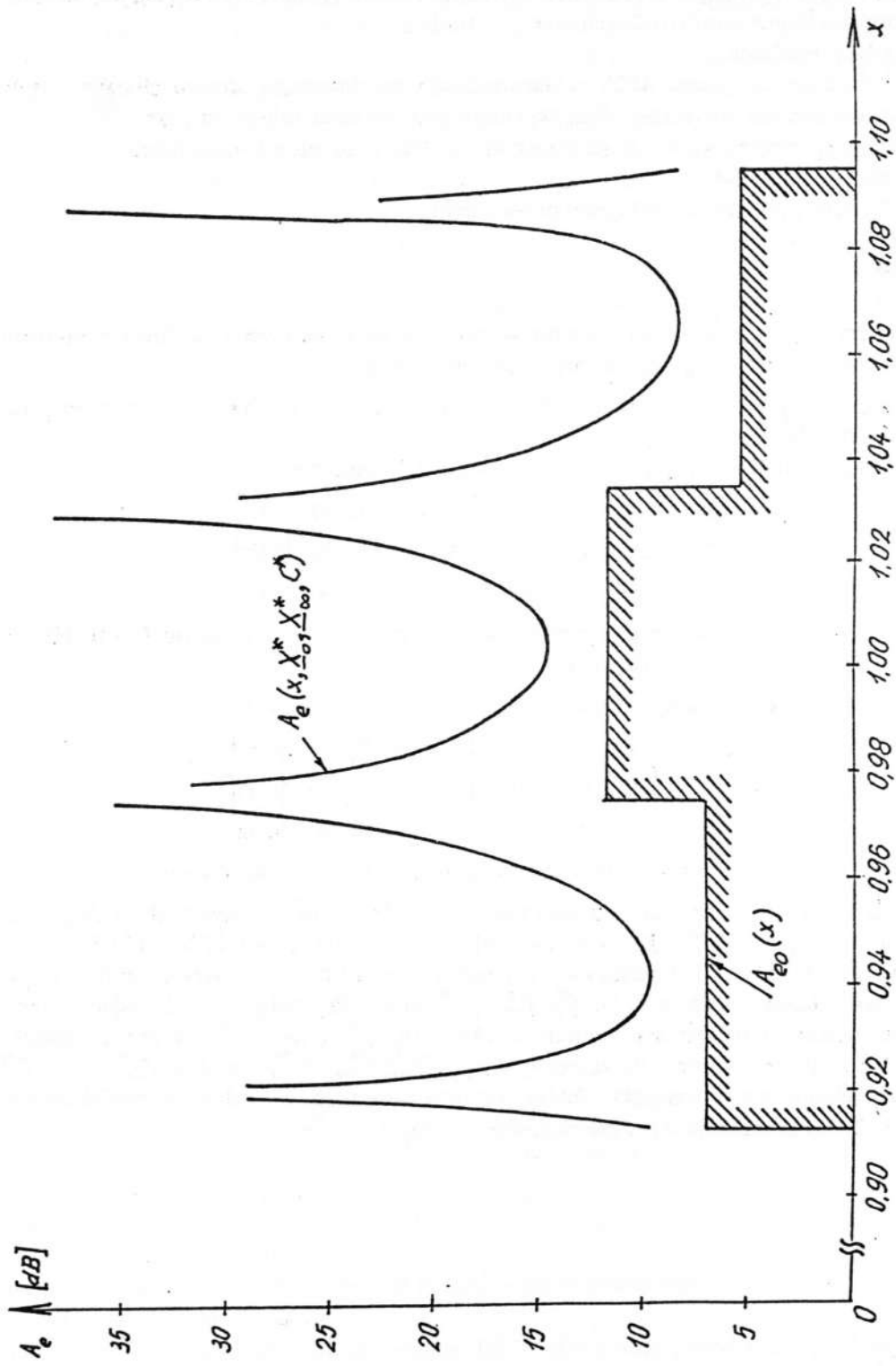
$$A_{s0} \geq 55 \text{ [dB] dla } 0 \text{ [Hz]} \leq f \leq 60 \text{ [kHz]}$$

$$A_{s0} \geq 65 \text{ [dB] dla } 105 \text{ [kHz]} \leq f < 150 \text{ [kHz]}$$

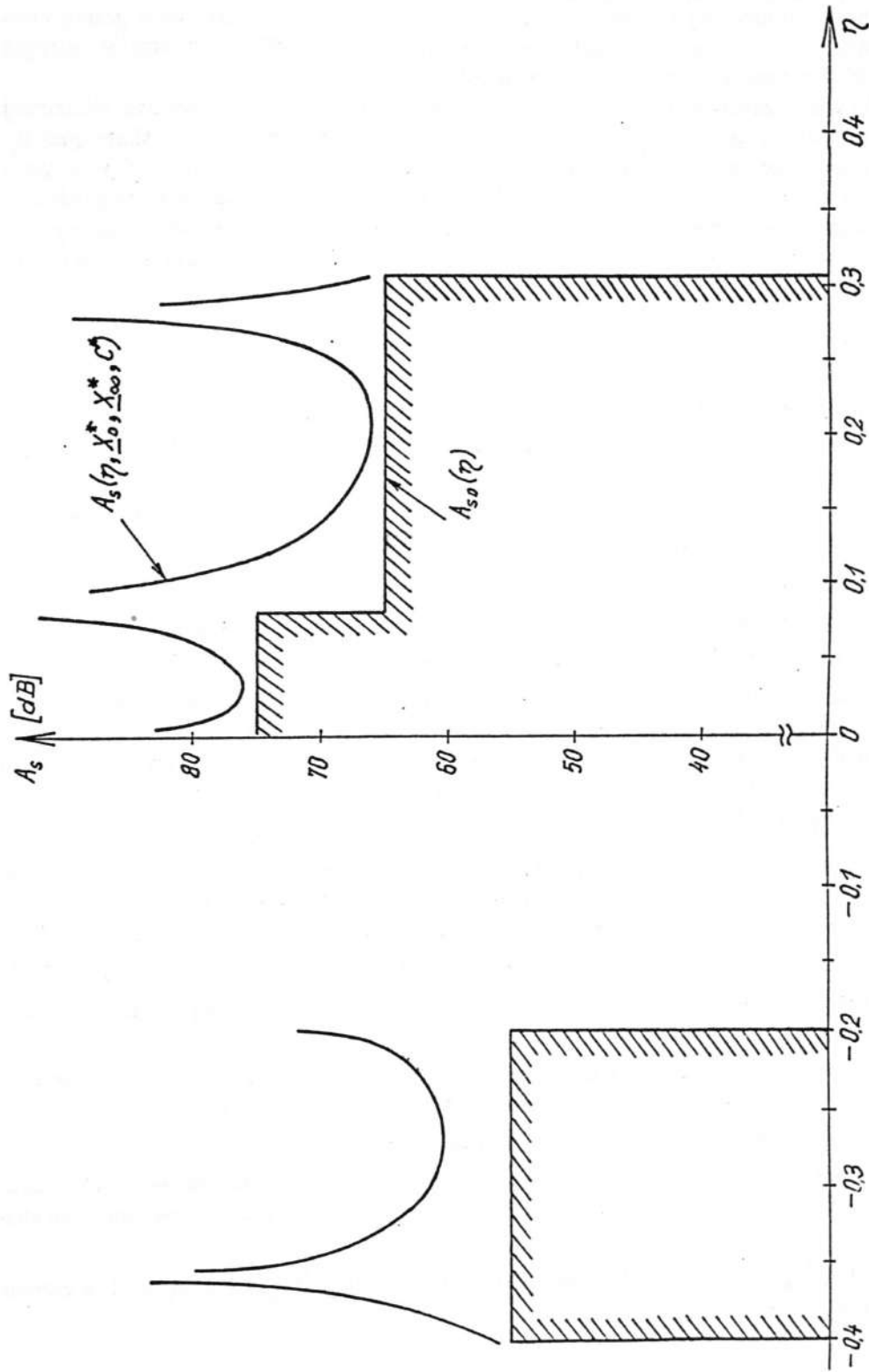
$$A_{s0} \geq 75 \text{ [dB] dla } f \geq 150 \text{ [kHz]}$$
- 5) Filtr ma posiadać półbiegun tłumienności A_s w zerze i w nieskończoności.

Dla powyższych danych przeprowadzono aproksymację charakterystyki A_{s0} filtru przy użyciu programu AP2S. Do obliczeń przyjęto wartość parametru $EPS = 0,005$.

Na Rysunkach 3 i 4 pokazane są odpowiednio: 1) zadana charakterystyka $A_{e0}(x)$ i otrzymana charakterystyka $A_e(x, X_0^*, X_\infty^*, C^*)$ ją aproksymująca oraz 2) zadana charakterystyka $A_{s0}(\eta)$ i otrzymana charakterystyka $A_s(\eta, X_0^*, X_\infty^*, C^*)$ ją aproksymująca. Jak widać z tych rysunków, charakterystyki $A_e(x, X_0^*, X_\infty^*, C^*)$ oraz $A_s(\eta, X_0^*, X_\infty^*, C^*)$ spełniają postawione wymagania. Należy ponadto zauważyć, że żadna ze współrzędnych η_i^* , $i = 1, 2, 3$, nie znajduje się w przedziale (η_{-t1}, η_{t1}) .



Rys. 3. Przebiegi charakterystyk $A_{e0}(x)$ i $A_e(x, X_0^*, X_\infty^*, C^*)$ z przykłądu



Rys. 4. Przebiegi charakterystyk $A_{S0}(\eta)$ i $A_S(\eta, X_0^*, X_\infty^*, C^*)$ z przykłądu

5. Zakończenie

W pracy przedstawiono sposób rozwiązania problemu aproksymacji charakterystyki tłumienności skutecznej A_s filtrów Sp dys. o dowolnym przebiegu zarówno w pasmie przepustowym jak i w pasmie tłumieniowym, opisano program AP2S dla maszyny cyfrowej Odra 1305 oraz podano przykładowe wyniki obliczeń.

W wielu zastosowaniach praktycznych, oprócz przebiegu tłumienności skutecznej A_s filtru, istotny jest również przebieg jego charakterystyki przesuwności skutecznej B_s . W niniejszej pracy zajmowano się jedynie aproksymacją charakterystyki A_s . Opracowanie metody rozwiązania takiego zadania aproksymacji, w którym jednocześnie uwzględnione są wymagania dotyczące charakterystyki A_s i charakterystyki B_s filtru (lub charakterystyki opóźnieniowej), a następnie napisanie odpowiednich programów obliczeniowych będzie przedmiotem dalszych prac prowadzonych przez autorkę.

PRZYPISY

- ¹Innych filtrów nie rozpatruje się w niniejszej pracy.
- ²Mówiąc o dowolnym przebiegu mamy na myśli dowolny realizowalny przebieg, niekoniecznie czebyszewowski.
- ³Metody te stosowano najczęściej do aproksymacji charakterystyk A_s o zadanym przebiegu w pasmie tłumieniowym i czebyszewowskim przebiegu w pasmie przepustowym.
- ⁴Zakłada się, że wielomiany $h(x)$ i $f(x)$ są względnie pierwsze.
- ⁵W przypadku filtru Sp dys można w zasadzie rozpatrywać $n+2$ przedziały, gdyż podprzedziały $\theta_{1D+1} = (x_{-\infty 1D}, x_{-t1})$ oraz $\theta_{1D+1}^* = (x_{t1}, x_{\infty 1D+1})$ mogą być traktowane jako dwa oddzielne przedziały. Z literatury [4] wiadomo jednak, że przy takim podejściu można uzyskać wyrównanie najmniejszych różnic pomiędzy charakterystyką A_s aproksymującą i aproksymowaną jedynie w $n+1$ przedziałach. W jednym z przedziałów uzyska się natomiast wartość minimalnej różnicy większą niż w pozostałych. Z tego właśnie powodu podprzedziały θ_{1D+1} oraz θ_{1D+1}^* zostały potraktowane jako jeden przedział θ_{1D+1} , w którym wyznacza się wartość minimalnej różnicy $\Delta A_{s(1D+1)}$.
- ⁶Przez filtr falowy o wyrównanej charakterystyce tłumieniowej rozumiemy filtr, którego tłumienność falowa ma w zakresie praktycznego pasma tłumieniowego wszystkie minima jednakowe, równe A_{\min} , a w pozostałej części teoretycznego pasma tłumieniowego wartości nie większe od A_{\min} [8].
- ⁷Zależność ta jest słuszna, gdy k_t jest dostatecznie małe. Ma to miejsce przy $\tilde{n} \geq 1$ dla $k_t \leq 0,995$ [8].
- ⁸Transformacja $x \rightarrow \eta$ odpowiada przekształceniu pasm tłumieniowych filtru w ograniczone przedziały na osi η .
- ⁹Stwierdzenie, że funkcja jest praktycznie niezależna od wartości argumentu oznacza, że stosunkowo bardzo duże zmiany argumentu powodują pomijalnie małe zmiany wartości funkcji.
- ¹⁰Funkcją celu nazywamy funkcję, której minimum poszukujemy.
- ¹¹Wstępne założenie schodkowego kształtu charakterystyki A_{s0} w pasmie przepustowym lub tłumieniowym pozwala na uproszczenie algorytmu, dzięki czemu uzyskuje się wyraźne skrócenie czasu obliczeń.
- ¹²Przedziały θ_{tk}^2 , $k = 1, 2, \dots, n+1$, są odpowiednikami przedziałów θ_{tk} , $k = 1, 2, \dots, n+1$, w zakresie zmiennej η .

LITERATURA

- [1] Cauer W.: Theorie der linearen Wechselstromschaltungen, Band I. Berlin Akademie-Verlag 1954
- [2] Daniels R.W.: Approximation Methods for Filter Design. New York Mc Graw-Hill 1974
- [3] Findeisen W., J. Szymanowski, A. Wierzbicki: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. Warszawa PWN 1980
- [4] Gibbs A.J.: Optimum Design of Filter Characteristic Functions, IEEE Trans. Circuit Theory, CT-13, nr 4, Dec. 1966
- [5] Kręglewski T., Rogowski T., Ruszczyński A., Szymanowski J.: Metody optymalizacji w języku FORTRAN. Warszawa PWN 1984
- [6] Kudrewicz E.: Struktury drabinkowych filtrów środkowoprzepustowych bez sprzężeń, Prace Instytutu Tele- i Radiotechnicznego, zeszyt 2. Warszawa 1967
- [7] Lanne A.A.: Optimalnyj sintiez linejnych elektriczeskich schiem. Moskwa Izd.Swiaz, 1978
- [8] Przesmycki O.: Filtry elektryczne. Warszawa WKiŁ 1962
- [9] Rapp H.: A Simple Iterative Method for Ewaluation of the Charakteristic Function in Filter Synthesis, Ericsson Technics, vol. 26/1970/ Nr 2
- [10] Szentirmai G.: Computer Aids in Filter Design, A Reviev, IEEE Trans. Circuit Theory, CT-18, nr 1, Jan. 1971
- [11] Szymanowski J. (red.): Biblioteka programów optymalizacji statycznej. Warszawa Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki 1970
- [12] Temes G.C., Mitra S.K. (red.): Teoria i projektowanie filtrów. Warszawa WNT 1978
- [13] Wysocka F.: Aproksymacja charakterystyk tłumieniowych filtrów LC przy użyciu maszyny cyfrowej, Rozprawa doktorska. Warszawa Politechnika Warszawska 1984
- [14] Wysocka F.: Aproksymacja charakterystyki tłumienności skutecznej filtru dolnoprzepustowego o dowolnym przebiegu w pasmie przepustowym i tłumieniowym. Warszawa Rozprawy Elektrotechniczne, tom XXXII, zeszyt 4, 1986

APPLICATION OF MODIFIED POWELL'S ALGORITHM TO APPROXIMATION OF ATTENUATION CHARACTERISTIC OF FREQUENCY-ASYMMETRIC BAND-PASS FILTER

Summary

In the paper, frequency-asymmetric band-pass filters with arbitrarily prescribed frequency-dependent minimum stop band and maximum pass band effective attenuation are considered. A method for solving the problem of approximation of the effective attenuation characteristic of the filter is proposed. The method utilizes modified Powell's algorithm to solving a constrained minimalization problem. Unconstrained minimalization problems are solved by means of Fletcher-Powell-Davidon method. Besides, the description of the computer program AP2S for Odra 1305 computer is presented. Finally, a numerical example is quoted.