

ARNOLD WILCZYŃSKI
MAREK GOGOLIN
WSP w Bydgoszczy

ZMIENNOŚĆ STAŁYCH SPRĘŻYSTOŚCI DREWNA BUKOWEGO W PŁASZCZYŃNIE PROMIENIOWEJ

1. Wprowadzenie

Drewno jest materiałem anizotropowym. Jeżeli chodzi o jego właściwości sprężyste przyjmuje się [1, 6, 8, 9, 10], że ich anizotropia opisana jest tzw. modelem ortotropowym, w którym główne kierunki sprężystości są wyznaczone przez kierunki anatomiczne drewna. Znając wartości stałych sprężystości dla tych kierunków i wyznaczonych przez nie płaszczyzn można za pomocą odpowiednich wzorów teoretycznych obliczyć wartości tych stałych dla dowolnego kierunku lub dowolnej płaszczyzny.

Zachodzi pytanie, czy obliczone za pomocą tych wzorów wartości stałych sprężystości drewna pokrywają się z wartościami wyznaczonymi eksperymentalnie. Jest ono równoznaczne pytaniu: czy model ortotropowy jest ścisłym modelem właściwości sprężystych drewna. Odpowiedź na te pytania jest istotna przy rozwiązywaniu płaskich i przestrzennych zagadnień teorii sprężystości dla drewnianych elementów konstrukcyjnych.

Dotychczasowe badania w tym zakresie są nieliczne i dotyczą tylko jednej stałej sprężystości, mianowicie modułu Younga. Badano zmienność tego modułu w zależności od kąta zawartego między kierunkiem obciążenia a kierunkiem równoległym do włókien, posługując się próbą rozciągania [8], ściskania [2] i zginania dynamicznego [7]. Stwierdzono dobrą zbieżność wyników eksperymentalnych z teoretycznymi. Wydaje się celowym poszerzenie zakresu tych badań o pozostałe stałe sprężystości, tzn. współczynniki Poissona i moduły ścinania.

Celem niniejszej pracy jest doświadczalne określenie zmienn-

ości modułu Younga i współczynnika Poissona oraz porównanie ich z zależnościami teoretycznymi wynikającymi z modelu ortotropowego właściwości sprężystych drewna.

Ze względu na dużą pracochłonność i znaczny koszt badań ograniczono się do rozpatrzenia tej zmienności tylko w płaszczyźnie promieniowej. Wybrano do badań drewno bukowe, jako podstawowy gatunek drewna liściastego stosowanego w Polsce na konstrukcje drewniane. Oznaczenie stałych sprężystości przeprowadzono na próbkach poddanych ściskaniu, mierząc odkształcenia za pomocą tensometrów elektrooporowych.

2. Zależności teoretyczne

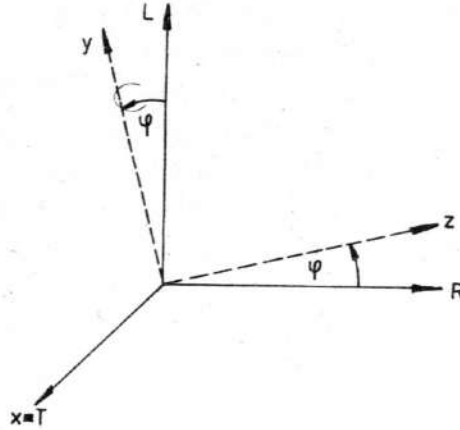
W poniższych rozważaniach zakłada się [1, 6, 8, 9, 10], że drewno jest materiałem liniowo sprężystym i ortotropowym. Rozpatrywane stałe sprężystości: moduły Younga E_L i E_R w kierunku wzdłużnym L i promieniowym R, współczynniki Poissona ν_{LR} i ν_{RL} a także odkształcenia ϵ_L i ϵ_R oraz naprężenia σ_L i σ_R występujące w płaszczyźnie promieniowej LR spełniają dla płaskiego stanu naprężenia następujące zależności [8, 9]:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_L &= \frac{1}{E_L} \sigma_L - \frac{\nu_{RL}}{E_R} \sigma_R, \\ \epsilon_R &= -\frac{\nu_{LR}}{E_L} \sigma_L + \frac{1}{E_R} \sigma_R. \end{aligned} \right\} /1/$$

Występujące w tych równaniach współczynniki Poissona: ν_{LR} określony przy kierunku obciążenia L i ν_{RL} określony przy kierunku R spełniają ponadto zależność [8, 9]:

$$\frac{\nu_{LR}}{E_L} = \frac{\nu_{RL}}{E_R} . \quad /2/$$

Przyjmuje się układ współrzędnych x, y, z, związany z kierunkami anatomicznymi drewna w ten sposób, że oś x pokrywa się z kierunkiem stycznym T. Układ ten obraca się wokół osi x tak, jak to przedstawiono na rys. 1. Rozpatruje się zmiany modułu Younga $E_y \equiv E_\varphi$ i współczynnika Poissona $\nu_{yz} \equiv \nu_\varphi$ towarzyszące zmianie kąta φ w granicach $0 \div 90^\circ$.



Rys. 1. Obrót układu współrzędnych x, y, z.

Równania opisujące tę zmienność mają postać [8, 9]:

$$\frac{1}{E_{\varphi}} = \frac{\cos^4 \varphi}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \frac{\sin^4 \varphi}{E_R}, \quad /3/$$

$$\frac{\nu_{\varphi}}{E_{\varphi}} = \frac{\nu_{LR}}{E_L} - \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_R} + \frac{2\nu_{LR}}{E_L} - \frac{1}{G_{LR}} \right) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \quad /4/$$

gdzie G_{LR} jest modułem ścinania w płaszczyźnie LR. Po rozpatrzeniu równań /3/ i /4/ dla kąta 45° i po przekształceniach otrzymuje się:

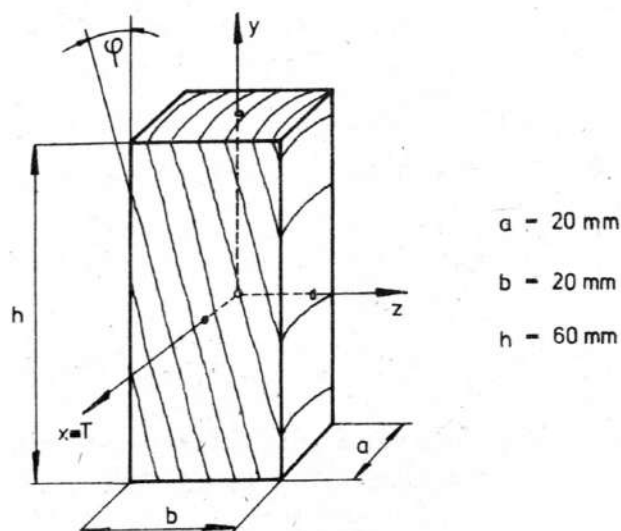
$$E_{\varphi} = \frac{1}{\left(\frac{\cos^2 \varphi}{E_L} - \frac{\sin^2 \varphi}{E_R} \right) \cos 2\varphi + \frac{\sin^2 2\varphi}{E_{45}}}, \quad /5/$$

$$\nu_{\varphi} = \frac{\frac{\nu_{LR}}{E_L} \cos^2 2\varphi + \frac{\nu_{45}}{E_{45}} \sin^2 2\varphi}{\left(\frac{\cos^2 \varphi}{E_L} - \frac{\sin^2 \varphi}{E_R} \right) \cos 2\varphi + \frac{\sin^2 2\varphi}{E_{45}}}, \quad /6/$$

gdzie E_{45} i ν_{45} są stałymi sprężystości określonymi dla kąta $\varphi = 45^{\circ}$.

3. Opis badań

Przedmiotem badań są wartości modułu Younga oraz współczynnika Poissona drewna bukowego dla płaszczyzny promieniowej. Zastosowano statyczną próbę ściskania połączoną z pomiarem odkształceń metodą tensometrii elektrooporowej. Próbka ma kształt prostopadłościenny i jest ściskana wzdłuż osi y , względem której włókna są nachylone pod kątem φ /rys. 2/. Przyjęto wymiary próbki podane na rys. 2. Pokrywają się one z wymiarami zalecanymi przez normy GOST [3, 4, 5], a ponadto umożliwiają wykorzystanie tensometrów elektrooporowych o przyjętej bazie pomiarowej.

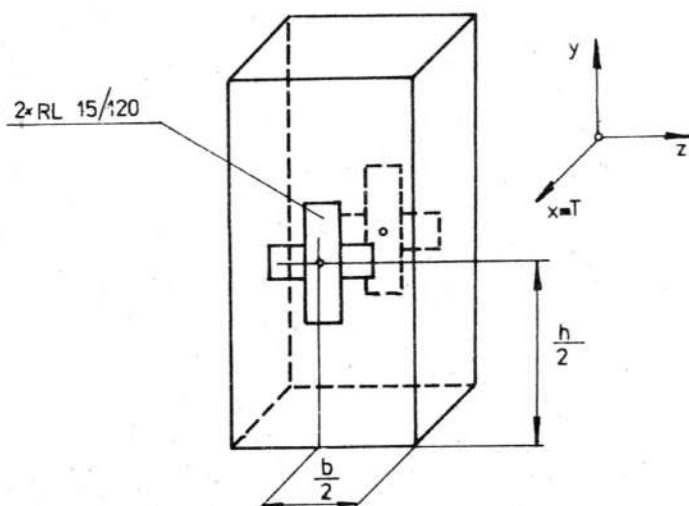


Rys. 2. Próbka użyta do badań

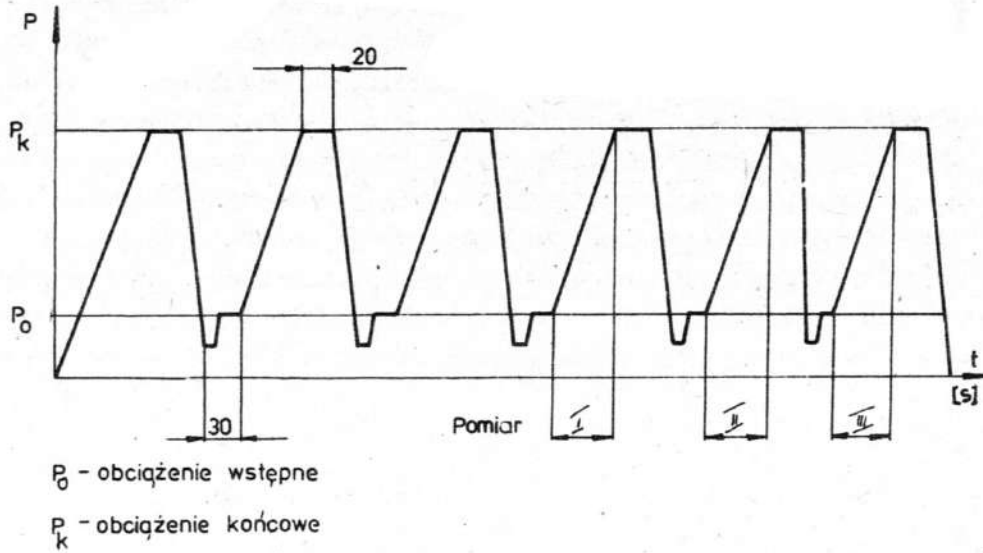
Przygotowano 7 serii próbek, w których kąt φ zmienia się co 15° w zakresie od 0 do 90° . Surowcem do wykonania próbek był bal bukowy rdzeniowy, suszony w sposób naturalny do stanu powietrzno-suchego. Po usunięciu części rdzeniowej i przestruganiu na grubość 20 mm materiał pocięto w taki sposób, aby próbki wchodziły

w skład poszczególnych serii pochodziły z różnych części bala. Próbki klimatyzowano w warunkach laboratoryjnych przez 8 tygodni. Po tym okresie wilgotność drewna osiągnęła poziom 7 %, zaś jego gęstość była równa $0,68\text{g/cm}^3$. Następnie dokonano selekcji, wybierając z każdej serii próbki o prostoliniowym, bez załamań, skręceń i spąceń przebiegu włókien. Ostateczna liczba próbek w każdej serii wyniosła 10.

Wymiary poprzeczne każdej z próbek zmierzono w środku ich wysokości z dokładnością $0,05\text{ mm}$, po czym na płaszczyznach promieniowych naklejono zgodnie z rys. 3 tensometry elektrooporowe o bazie pomiarowej 15 mm i rezystancji $120\pm 1\Omega$. Po zabezpieczeniu tensometrów warstwą wosku próbki sezonowano przez 2 tygodnie.



Rys. 3. Rozmieszczenie tensometrów na próbce.



Rys. 4. Przebieg obciążania próbki.

Próbki obciążano podczas badań ze stałą prędkością 3 kN/min. Przebieg obciążania przedstawiono na rys. 4, zaś wartości sił obciążających dla próbek każdej serii przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1. Wartości sił ściskających dla poszczególnych serii próbek

Kąt pochylenia włókien φ [°]	0	15	30	45	60	75	90
P_0 [kN]	3	3	3	2	2	1	1
P_k [kN]	5	5	5	4	4	3	2

W każdym przypadku naprężenia w materiale próbki były wielokrotnie mniejsze od granicy proporcjonalności odkształceń. Mierzono przyrosty odkształceń $\Delta \xi_1$ i $\Delta \xi_2$ towarzyszące zmianom siły obciąż-

zającej od wartości początkowej P_0 do końcowej P_k . Pomiar taki powtarzano trzykrotnie zgodnie z rys. 4.

Do obciążania próbek wykorzystano maszynę wytrzymałościową ZD 10/90 o klasie dokładności 1 stosując zakresy 0÷4 i 0÷10 kN. Pomiaru przyrostów odkształceń dokonywano wielokanałową aparaturą tensometryczną Hottinger - Baldwin - Messtechnik serii 3000, ustawioną na rozdzielczość $1 \cdot 10^{-6}$ i zakres pomiarowy $2000 \cdot 10^{-6}$. Maksymalny błąd pomiarów odniesiony do wartości końcowych był równy $\pm 2,5$ %.

Wartości modułów Younga i współczynników Poissona wyznaczano ze wzorów:

$$E_{\psi} = \frac{P_k - P_0}{a b \Delta \varepsilon_y} , \quad /7/$$

$$\nu_{\psi} = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta \varepsilon_y} , \quad /8/$$

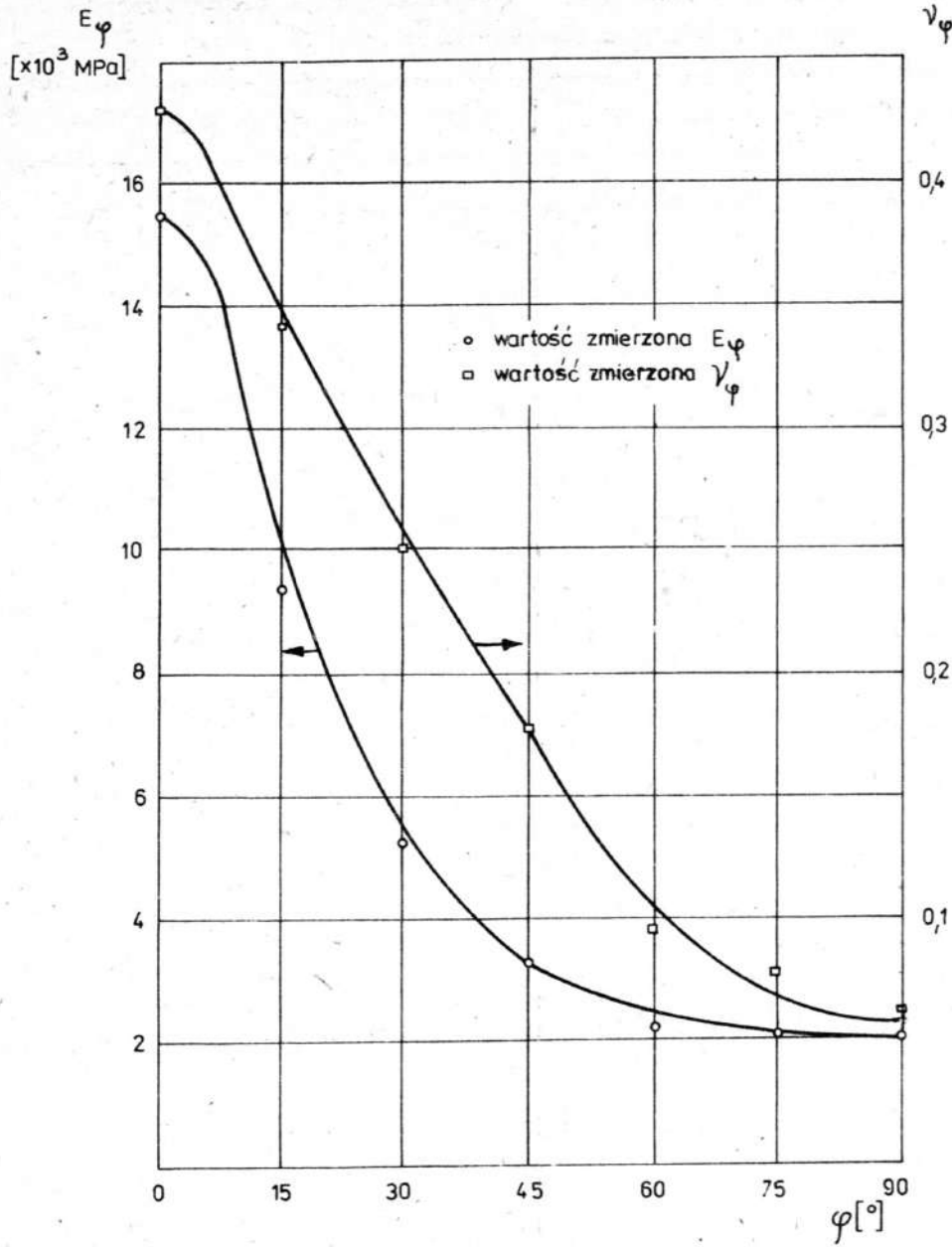
gdzie $\Delta \varepsilon_y$ i $\Delta \varepsilon_z$ - uśrednione z 3 pomiarów wartości przyrostów odkształceń wzdłużnych i poprzecznych.

4. Wyniki badań i ich analiza

Dla poszczególnych, określonych danym kątem ψ , serii próbek obliczono wartości średnie modułu Younga i współczynnika Poissona, a także odpowiednie współczynniki zmienności. Zestawiono je w Tab. 2. Następnie posługując się uzyskanymi eksperymentalnie wartościami średnimi E_{ψ} i ν_{ψ} dla kątów $0, 45$ i 90° , obliczono za pomocą wzorów /5/ i /6/ wartości teoretyczne badanych stałych sprężystości. Wykresy zmienności tych wartości w rozpartywanej płaszczyźnie promieniowej przedstawiono na rys. 5, zaznaczając na nim również wartości eksperymentalne.

Tabela 2. Wyniki badań

Kąt pochylenia włókien ψ	Moduł Younga E_y		Współczynnik Poissona ν_y	
	Wartość średnia	Współczynnik zmienności %	Wartość średnia	Współczynnik zmienności %
0	MPa			
0	15450	18,7	0,430	5,6
15	9290	7,5	0,340	7,1
30	5170	8,8	0,251	12,4
45	3290	11,4	0,180	9,5
60	2150	11,2	0,095	18,3
75	2060	12,1	0,077	14,2
90	2060	16,8	0,060	8,1



Rys. 5. Teoretyczne i eksperymentalne wartości modułu Younga i współczynnika Poissona

Tabela 3. Różnice względne eksperymentalnych i teoretycznych wartości stałych sprężystości

Kąt pochylenia włókien ψ	δE_{ψ}	$\delta \nu_{\psi}$
$^{\circ}$	%	%
0	0	0
15	6,9	-3,5
30	0,9	0,4
45	0	0
60	13,5	10,3
75	4,6	7,7
90	0	7,1

Ponadto w tab. 3 podano różnice względne eksperymentalnych i teoretycznych wartości E_{ψ} i ν_{ψ} odniesione do wartości teoretycznych.

Wartości tych różnic, zarówno dla modułów Younga jak i współczynników Poissona, nie przekraczają kilku procent, jedynie dla kąta $\psi = 60^{\circ}$ są nieco większe. Świadczy to o dobrej zgodności wyników eksperymentalnych z teorią. Na podstawie powyższego dopuszczalne jest stwierdzenie o słuszności stosowania modelu ortotropowego do opisu właściwości sprężystych drewna bukowego w płaszczyźnie promieniowej. Można też wnioskować o poprawności przyjętej procedury badawczej, a w szczególności o celowości stosowania metody tensometrii elektrooporowej w badaniach właściwości sprężystych drewna.

Literatura

1. Aszkenazi E.K., Ganow E.B.: Anizotropia konstrukcyjnych materiałów. Leningrad 1980.
2. Chwesko G.M.: Wlijanie napravlenja szimajuszczego usilja na procznost i modul uprugosti modificirovannoj fenolospirtami drevesiny bieriozy. Izd. Wyssh.Ucz.Zaw. Lesnoj Žurnal 1975 nr 6, s.87-92.
3. GOST 16483.29-73: Drevesina. Metod opredelena koefficientow poperecznoj deformacji. Moskwa 1974.
4. GOST 16483.24-73: - Drevesina. Metod opredelena modula uprugosti pri szatii wdoł wołokon. Moskwa 1974.
5. GOST 16483.25-73: - Drevesina. Metod opredelena modula uprugosti pri szatii poperek wołokon. Moskwa 1974.
6. Hearmon R.F.S.: The Elasticity of Wood and Plywood. London 1948.
7. Ishihara K., Sobue N., Takemura T.: Effect of Grain Angle on Complex Young's Modulus E^* of Spruce and Hoo. Journal of the Japan Res.Soc. 1978, nr 6, Vol, 24, s.375-379.
8. Keylwerth R.: Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer. VDI - Forschungsheft 430, Düsseldorf 1951.
9. Lechnicki S.G.: Teoria uprugosti anizotropnogo tieła. Moskwa 1977.
10. Wilczyński A.: Model anizotropii właściwości sprężystych drewna. Zesz.Probl.Post.Nauk Roln. 1987 z.334, s.115-132.

VARIATION OF ELASTICITY CONSTANTS OF BEECH WOOD IN A RADIAL PLANE

Summary

Variation of Young's modulus and Poisson's ratio of beech wood in a radial plane was discussed in this paper. Static compression test and measurements of deformation by means of resistance strain gauges was employed. A good conformability of experimental results and theoretic values, calculated by assumption of orthotropy of wood's elastic properties, was ascertained.