
ZESZYTY NAUKOWE WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ W BYDGOSZCZY
Studia Techniczne 1985 z.13

BROS ZBIGNIEW
LEWANDOWSKI MAREK
WSP w Bydgoszczy

DYNAMIKA PEWNEGO NIELINIOWEGO MECHANICZNO-PNEUMATYCZNEGO WIBROIZOLATORA UDERZENIOWEGO

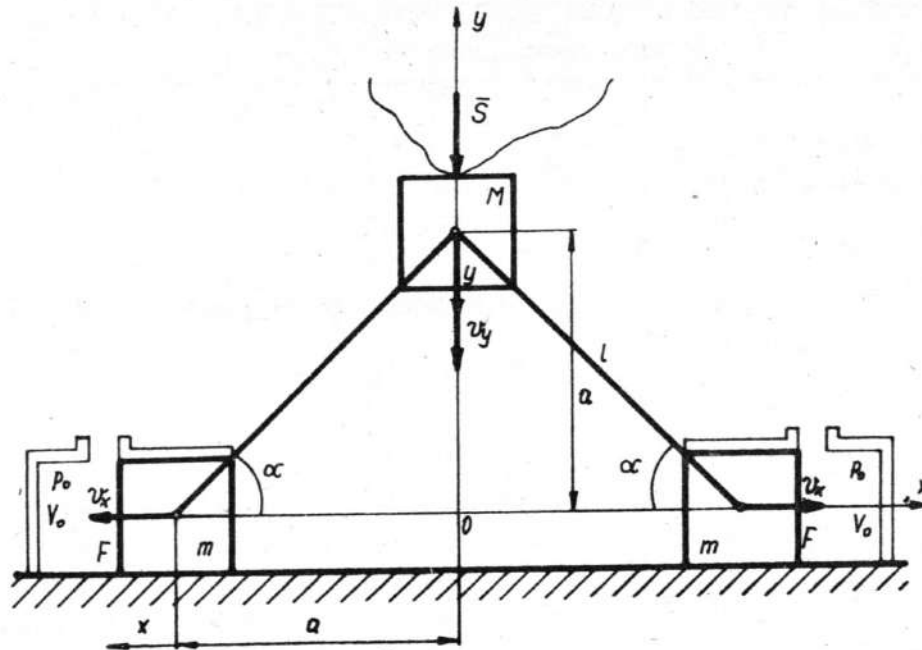
1. Wstęp

W celu ograniczenia oddziaływania drgań na otoczenie stosuje się, jak to powszechnie wiadomo zmianę parametrów: wymuszenia, obiektu i dołączenie układu dodatkowego /zmiana struktury/. Każde realne wymuszenie ma charakter procesu czasowo-przestrzennego. Minimalizację drgań przez zmianę parametru wymuszenia realizuje się stosując kompresję jego widma i ekspansję obszaru działania obciążenia. Zmianę parametrów obiektu przeprowadza się przez odstrojenie częstości wymuszenia od częstości drgań własnych. Dołączenie układu dodatkowego ma na celu redukcję reakcji dynamicznych propagowanych na otoczenie. Realizuje się je stosując eliminatory dynamiczne i rezonansowe. Prezentowana praca należy do tej grupy problemowej.

2. Sformułowanie zagadnienia

Układ czysto mechaniczny jest określony przez położenie i prędkość w chwili czasu. Siły wywołujące ruch takiego układu mogą zależeć od czasu, położenia i prędkości [7].

Jeżeli do układu mechanicznego dołączyć pewien układ termodynamiczny tak, że oba te układy funkcjonują w sposób zależny, to układ taki nazywamy termomechanicznym. Model takiego układu przedstawiono na Rys. 1.



Rys. 1. Schemat modelu fizycznego

Działanie modelu jest następujące. Impuls \bar{S} przekazywany masie M poprzez cięga sztywne powoduje ruch tłoków o masie m i sprężanie powietrza w cylindrach. W modelu ruch tłoków o masie m jest wywołany zadaniem impulsu \bar{S} , a w dalszym ruchu na tłoki działają zmienne siły ciśnienia powietrza w cylindrach.

Formułujemy zadanie: rozwiązać całkowite zagadnienie dynamiki układu, czas i skuteczność wytłumienia zewnętrznego impulsu \bar{S} .

Przyjęto następujące założenia modelowe:

- brak wymiany ciepła pomiędzy powietrzem w cylindrach, a otoczeniem,
- rozpatrywany układ jest beztrarciowy w sensie mechanicznym i termodynamicznym,
- znane są parametry termiczne powietrza przed rozpoczęciem ruchu $/p_0, v_0, \kappa/$ oraz parametry mechaniczne układu $/m, M, F, l, \alpha, a/$, gdzie: p_0 ciśnienie otoczenia, v_0 objętość początkowa cylindrów, κ wykładnik adiabaty powietrza, m masa tłoków, M -

M masa przejmująca impuls \bar{S} , F pole przekroju tłoka, l długość
ciągną sztywnego, α kąt pochylenia ciągną, a położenie mas
przed rozpoczęciem ruchu,
- prędkość początkowa v_0 masy M jest znana.

3. Rozwiązanie problemu

Przy przyjętych założeniach stwierdzono, że rozpatrywany
układ jest zachowawczy, a zatem punktem wyjścia do jego rozwią-
zania może być różniczkowa postać równania energetycznego, [5]:

$$dL_u = dE, \quad /1/$$

gdzie: dL_u praca elementarna sprężania gazu w cylindrach,

dE przyrost energii kinetycznej mas układu.

W rozpatrywanym zagadnieniu, przy przemianie adiabatycznej zam-
kniętej:

$$dL_u = -Fp_0 V_0^{\kappa} \frac{1}{(V_0 - Fx)^{\kappa}} dx, \quad /2/$$

gdzie: x jest współrzędną przesunięcia w układzie, jak na Rys.1
Energia kinetyczna układu jest wyrażona zależnością:

$$dE = Mv_y dv_y + 2m v_x dv_x \quad /3/$$

Między prędkościami mas m i M zachodzi zależność kinematyczna:

$$v_y = \frac{x}{y} v_x, \quad /4/$$

gdzie: y jest drogą masy M.

Po zróżniczkowaniu równania /4/:

$$dv_y = \frac{ydx - xyd}{y^2} v_x + \frac{x}{y} dv_x, \quad /5/$$

i podstawieniu do /3/, energia kinetyczna wyraża się następująco:

$$dE = Mv^2 \frac{x}{y^2} dx - Mv^2 \frac{x}{y^3} dy + Mv \frac{x^2}{y^2} dv + 2mvdv. /6/$$

Z Rys.1 wynika poniższa zależność geometryczna:

$$y = \sqrt{1^2 - (x+a)^2} \quad /7/$$

stąd:

$$dy = - \frac{x+a}{\sqrt{1^2 - (x+a)^2}} dx \quad /8/$$

Po wykorzystaniu związków /7/ i /8/ równanie /6/ przedstawia się następująco:

$$dE = M \frac{(x+a)^2}{1^2 - (x+a)^2} v dv + Mv^2 \frac{1^2 (x+a)}{[1^2 - (x+a)^2]^2} dx + 2mvdv \quad /9/$$

Łącząc /2/ i /9/ uzyskano ostateczną postać równania ruchu rozpatrywanego układu:

$$- 2mvdv - M \frac{(x+a)^2}{1^2 - (x+a)^2} v dv + Mv^2 \frac{1^2 (x+a)}{[1^2 - (x+a)^2]^2} dx + Fp_0 v_0^{\alpha} \frac{1}{(v_0 - Fx)^{\alpha}} dx = 0 \quad /10/$$

Równanie /10/ przekształcono do postaci:

$$\frac{dv}{dx} = - \frac{v^2 \frac{M 1^2 (x+a)}{[1^2 - (x+a)^2]^2} + \frac{Fp_0 v_0^{\alpha}}{(v_0 - Fx)^{\alpha}}}{v \left[M \frac{(x+a)^2}{1^2 - (x+a)^2} + 2m \right]} \quad /11/$$

Równanie to opisuje zależność między położeniem i prędkością masy M, przy czym czas występuje tutaj niejawnie, tzn. $v=v/t/$ i $x=x/t/$. Rozwiązano je metodą Rungego-Kutty. Czas trwania ruchu tłoków wyraża się wzorem:

$$t = \left| \begin{matrix} t \\ t_0 \end{matrix} \right| = \int_0^x R(x) dx, \quad /12/$$

gdzie: $R/x/ = \frac{1}{v/x/}$,

co pomoże w znalezieniu poszukiwanego związku w postaci uwikłanej, tzn. $t=t/x/$.

Zależności otrzymane numeryczną metodą Rungego-Kutty i wielkości obliczone z równania /12/ stanowią rozwiązanie zagadnienia.

4. Przykład liczbowy

W efektywnym obliczeniu numerycznym przyjęto następujące parametry:

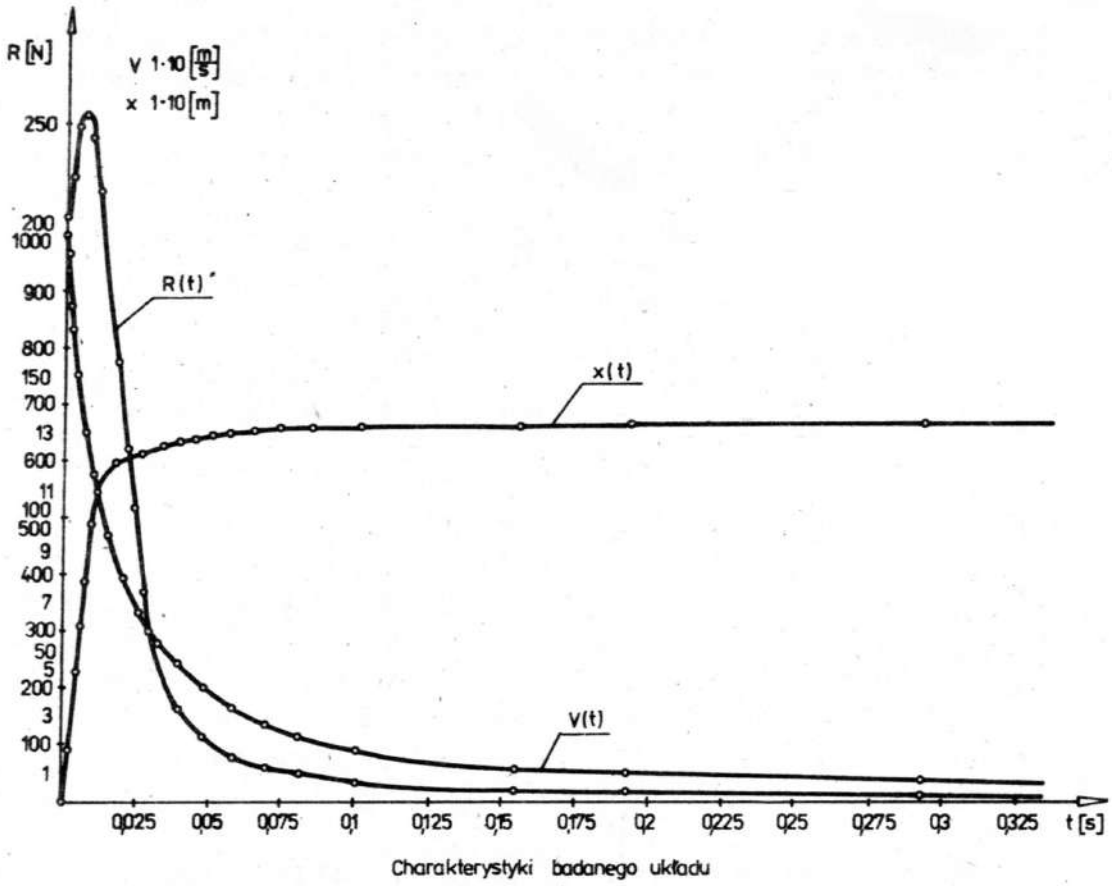
- warunki początkowe $v/t=0/ = 1000$ [cm/s], $x/t=0/ = 0$,
 $\alpha/t=0/ = 45$ [°],

- wartości stałych $v_0 = 330$ [cm³], $F = 23,76$ [cm²], $l = 46,24$ [cm],
 $a = 32,70$ [cm], $p_0 = 1.10$ [N/cm²], $m = 1$ [kg],
 $M = 1$ [kg], $\mu = 1,4$

Przyjęta metoda umożliwia wybieranie innego kroku w każdym etapie obliczeń. Pozwala to otrzymać rozwiązanie z zadaną dokładności ϵ . Do wyboru właściwego kroku wykorzystano wielkość E_n opisaną metodą Scratona. Obliczając wartości funkcji w danym punkcie każdorazowo porównano liczbę E_n z ϵ . Jeżeli $|E_n| > \epsilon$, to krok połowiono i powtarzano obliczenia. W przeciwnym wypadku krok pozostawiono bez zmian lub podwajano [3].

Do maszyny cyfrowej wprowadzono następujące dane liczbowe: $x/t=0/ = 0$, $v/t=0/ = 1000$ [cm/s], koniec przedziału $b = 13,8888$ [cm] $\langle x(0), b \rangle$, zadana dokładność rozwiązania $\epsilon = 1.10^{-4}$, początkowa wartość kroku $h = 0,1$ cm. Uzyskane dane liczbowe zamieszczono w tabelicy 1 i stanowią one podstawę do sporządzenia charakterystyk układu /rys. 3/.

Rozpatrywana funkcja posiada osobliwość dla $x = x_k$. Ze względu na możliwości techniczne maszyny obliczenia zatrzymano przyjmując kryterium 2,2 % błędu w dziedzinie prędkości w stosunku do wartości głównej. Poza przedziałem obliczeń numerycznych funkcją przemieszczenia aproksymowano prostą o równaniu:



Rys. 3 Charakterystyki badanego ukladu

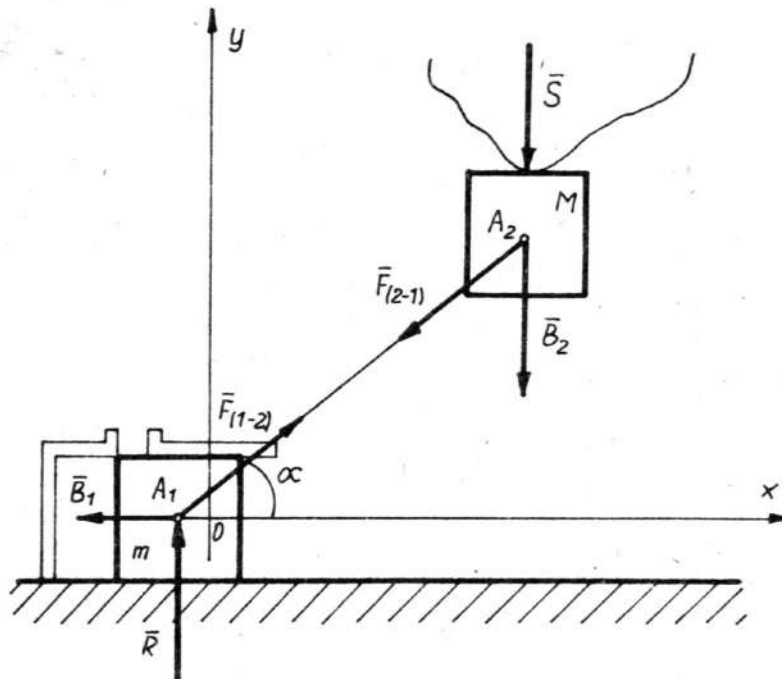
$$y = -658,10384x + 8922,4531.$$

/13/

Z powyższego równania wynika, że prędkość tłoków spada do zera po przebyciu drogi $x = 13,557819$ [cm].

Reakcję podłoża \bar{R} /rys. 2/ na zadany impuls \bar{S} obliczono korzystając z zależności, [4]:

$$\bar{P}/k/ + \sum_l \bar{F}/k,l/ + \bar{B}/k,l/ = 0 \quad /k=1,2,3,\dots,n/. \quad /14/$$



Rys. 2. Rozkład sił w modelu fizycznym układu
Wyrosi ona:

$$\bar{R} = M \ddot{x},$$

/15/

gdzie: \bar{R} reakcja podłoża na impuls \bar{S} , M masa bijaka,
 \ddot{x} przyspieszenie masy m .

Przyspieszenie wyraża się wzorem:

$$\ddot{x} = \frac{dv}{dt}.$$

Różniczka dt jest dostatecznie mała, dlatego w rachunku przybliżonym różniczkę dv zastąpiono odpowiednim przyrostem Δv , [6].

Maksymalna wartość reakcji w przykładzie wynosi $R = 255$ [N].

5. Analiza wyników i wnioski

Analizując przebieg funkcji /rys. 3/ można stwierdzić, że prędkość ruchu tłoka maleje z wartości $1000 \cdot 10^{-2}$ [m/s] do wielkości $21,5988818 \cdot 10^{-2}$ [m/s].

Całkowity czas ruchu tłoka wynosi $0,6261912$ [s], droga przebyta przez tłok $13,5250 \cdot 10^{-2}$ [m].

Maksymalna wielkość reakcji podłoża \bar{R} wynosi $255,53013$ [N] przy prędkości tłoka $v = 828,479562 \cdot 10^{-2}$ [m/s] i czasie jego ruchu $0,0074834$ [s].

Wytłumienie drgań osiągnięto przy czasie ruchu tłoka $0,5257752$ [s]. Przebieg funkcji R/s w punktach maksymalnej drogi tłoka i minimalnej jego prędkości nie udało się określić. Można przyjąć, że w przedziale czasu $0,5257752 < t < 0,6261912$ wartość jej dąży do zera.

Rozpatrywany model nieliniowego wibroizolatora uderzeniowego może znaleźć zastosowanie jako element tłumiący drgania w kruszarkach i łamiarkach kruszywa wapiennego. Z analizy rozpatrywanego układu wynika, że jego praca jest elastyczna a wartość reakcji podłoża całkowicie wytłumiona.

Przyjęty układ publikacji pokazuje metodologicznie możliwości i sposoby rozwiązań prostych układów termodynamicznych.

Tablica 1.

Lp.	Droga tloka x_k	Predkość tloka v_k	$R/x_k = \frac{1}{v_k}$	Czas ruchu tloka t_k	R
	$1 \cdot 10^{-2}$ [m]	$1 \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$1 \cdot 10^2$ [s/m]	1 [s]	1 [N]
1	0.00000	1000.000000	0.00100000	0.0000000	205.29940
2	1.80000	966.025728	0.00100351	0.0018631	227.91251
3	4.60000	886.575270	0.00110279	0.0051883	250.58992
4	6.20000	828.479562	0.0012070	0.0074834	255.53013
5	7.80000	756.845158	0.0013212	0.0103053	248.36615
6	9.80000	637.935981	0.0015675	0.0153615	210.74010
7	10.80000	524.055715	0.0019081	0.0206074	156.97628
8	11.60000	449.273919	0.0022258	0.0258192	122.19280
9	12.00000	404.085696	0.0024747	0.0296964	100.79494
10	12.30000	338.409015	0.0029550	0.0363465	74.03939
11	12.50000	311.360327	0.0032117	0.0401462	63.19252
12	12.70000	281.109766	0.0035573	0.0451777	51.67357
13	12.80000	264.442465	0.0037815	0.0484032	45.67097
14	13.00000	226.891659	0.0044073	0.0572949	33.22567
15	13.05000	195.704050	0.0051097	0.0666815	25.91209
16	13.15000	174.933759	0.0057164	0.0751706	20.55399
17	13.20000	163.485605	0.0061167	0.0807404	17.82557
18	13.30000	137.589686	0.0072679	0.0966630	11.85715
19	13.32500	115.995691	0.0086210	0.1148748	9.20610
20	13.42500	84.921701	0.0117755	0.1580860	4.67748
21	13.46250	59.262810	0.0168739	0.2271648	2.36295
22	13.48750	48.771684	0.0205037	0.2765436	1.52817
23	13.50625	32.413496	0.0308513	0.4166853	0.21823
24	13.51875	25.711967	0.0388923	0.5257752	0.40961
25	13.52500	21.598818	0.0462988	0.6261912	-

6. BIBLIOGRAFIA

1. Bros Z., Lewandowski M., Dynamika pewnego mechaniczno-pneumatycznego układu wibroizolującego, Bydgoszcz 1985 WSP Studia Techniczne nr 11
2. Goliński J.A., Wibroizolacja maszyn i urządzeń, Warszawa 1979 Wydawnictwa Naukowo-Techniczne
3. Łubowicz J., Baraniecki M., Nosowski W., Siudak M., Żebrowski W., Zbiór zadań z metod numerycznych, Algol 1204, Warszawa 1975 Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej
4. Łunc M., Szaniawski A., Zarys mechaniki ogólnej, PWN Warszawa 1959
5. Ochęduszek S., Termodynamika stosowana, Warszawa 1967 Wydawnictwa Naukowo-Techniczne
7. Praca zbiorowa pod red. Ponomariewa S.D., Współczesne metody obliczeń wytrzymałościowych w budowie maszyn, Tom 1, Obciążenia dynamiczne, Warszawa 1957 PWN
8. Woelke S., Dynamika udarowych narzędzi pneumatycznych ze szczególnym uwzględnieniem drgań ich korpusów, Rozprawy Politechniki Poznańskiej nr 90, Poznań 1978

DYNAMIK EINES NICHTLINEAREN, MECHANISCH-PNEUMATISCHEN STÖßVIBROISOLATOR

Zusammenfassung

In vorliegender Arbeit stellt man die Problemen eines, dreimassigen Vibroisolationskreises dar, wobei man bestimmte Modellvoraussetzungen angenommen hat, Der Grund dieser Auflösung war die differentielle Form einer energetischen Gleichung der Massenbewegung. Die erhaltenen Abhängigkeiten sind an Hand von Zahlenbeispiel gezeigt. Dieses Zahlenbeispiel ist mit Hilfe der Runge-Kutta Methode beim Anwenden der elektronischen Berechnungstechnik aufgelöst.