

MARIAN STAŃCZAK  
WSP Bydgoszcz

UOGÓLNIONE SIŁY DZIAŁANIA CZYNNIKA ROBOCZEGO W TŁOKOWYCH  
SIŁNIKACH WIELOKORBOWYCH

1. Wstęp

W rozważaniach dynamiki mechanizmów wielokorbowych należy rozwiązywać zagadnienie wyznaczenia ruchu mechanizmów, gdy znane są /lub da się wyznaczyć / siły działające na jego ogniwa. Przy formułowaniu modelu matematycznego ruchu mechanizmów wygodnym jest stosowanie równań Lagrange'a II rodzaju. Siły zewnętrzne i wewnętrzne działające na układ ruchomy wprowadza się do równań Lagrange'a pod postacią sił uogólnionych [1]. Zewnętrznymi siłami, /czynnymi dla silnika, biernymi dla sprężarki, działającymi na mechanizm korbowy maszyny są okresowo zmienne siły ciśnienia czynnika roboczego na tłok, zależne od kąta obrotu korby /i niejawnie od skoku tłoka/.

Warunki pracy nieustalanej mechanizmu korbowego występują w stanach przejściowych ruchu, tj. dla rozruchu, rozbiegu i hamowania maszyny oraz w czasie zmian obciążeń i obrotów. W warunkach prawie stacjonarnego reżimu pracy mechanizmu quasiustalony sposób pracy powtarza się okresowo co cykl. Zależność pomiędzy ciśnieniem czynnika roboczego a położeniem tłoka / czy kątem obrotu korby / można wyrazić ściśle analitycznie jedynie dla pewnych wyodrębnionych odcinków drogi tłoka w quasiustalonym ruchu tłokowego mechanizmu korbowego, / tj. dla krzywych przemian ter-

modynamicznych rzeczywistego obiegu pracy mechanizmu, gdy krzywe wykresu pracy uda się aproksymować wzorami empirycznymi [2].

Te wyodrębnione przedziały drogi tłoka będą w przybliżeniu określone poszczególnymi fazami pracy mechanizmu. Taki sposób postępowania prowadzi jednak do złożonych wzorów na wyznaczanie sił tłokowych w funkcji skoku tłoka czy kąta obrotu korby, przy jednoczesnym założeniu przybliżenia opisu krzywej wykresu indykatorowego dla pewnych przedziałów kąta obrotu korby.

Wygodnie jest przedstawić siły tłokowe wzorem w postaci szeregów trygonometrycznych Fouriera [3]. Wtedy wyznacza się je poprzez analizę harmoniczną wykresu pracy mechanizmu.

## 2. Sformułowanie zagadnienia

Celem pracy było znalezienie uogólnionej siły Lagrange'a od działania czynnika roboczego na tłoki w mechanizmach wielokorbowych i wskazanie możliwości aplikacyjnych otrzymanych wzorów. Rozpatrzono mechanizmy wielokorbowe regularne maszyn jednostronnego działania, o jednakowych k mechanizmach jednokorbowych o wspólnym wale, przesuniętych względem siebie o kąt fazowy wynikający z następstwa pracy wykorbień i o jednakowych przebiegach wykresów pracy /indykatorowych/ dla każdego składowego mechanizmu jednokorbowego.

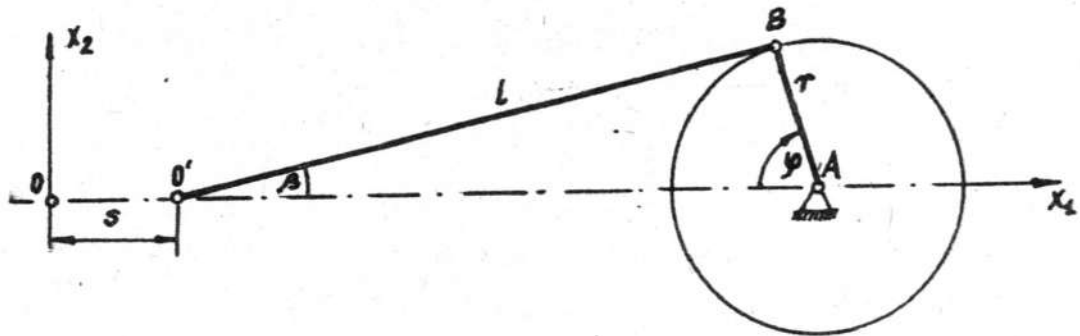
Analizowane układy jedno i wielokorbowe mają jeden stopień swobody względem zespołu obudowy mechanizmu, więzami są tuleje cylindrowe i łożyska główne wału. Kąt  $\psi$  obrotu korby / jako ogniw głównego/ przyjęto za współrzędną uogólnioną układu. Siły tłokowe mechanizmów k - korbowych obliczono jako sumę sił tłokowych dla k pojedynczych mechanizmów uwzględniając fakt, że nie zmieniając wartości, siły te są przesunięte względem siebie o kąt fazowy.

Przyjęto następujące założenia. W rozważaniach traktowano ogniwa mechanizmu korbowego jako nieodkształcalne, pomijano też lu-

zy w parach kinematycznych ogniw. Nie zajmowano się stanami przejściowymi ruchu mechanizmów.

### 3. Siły tłokowe w mechanizmach wielokorbowych

Rozpatrzono wstępnie centralny / inaczej zwany prostym bądź zbieżnościowym/mechanizm jednokorbowy ([4], [5], [6], rys. 1) znajdujący się w ruchu quasiustalonym pod wpływem zewnętrznych sił od działania czynnika roboczego na tłok.



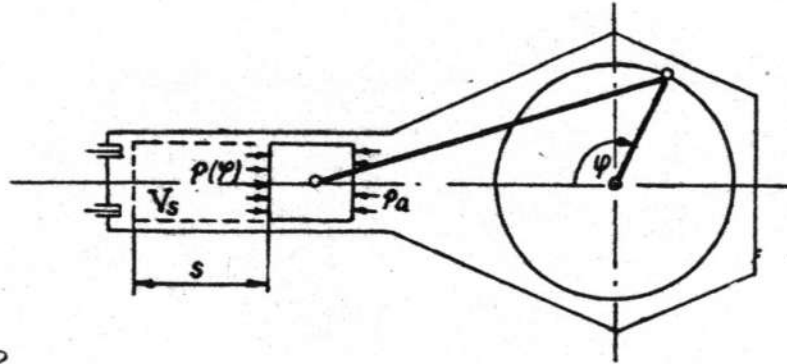
Rys. 1

Na rys. 1 punkt A jest śladem osi wału korbowego, punkt B śladem osi czopa korby, punkt O jest śladem osi sworznia tłoka w zewnętrznym zwrotnym położeniu, punkt O' jest śladem osi sworznia tłokowego w położeniu określonym przesunięciem tłoka  $s(\varphi)$ , ramię korby jest  $r$ , długość korbowodu  $l$ , kąt  $\varphi(t)$  określa jednoznacznie położenie mechanizmu w chwili  $t$ . Wtedy kąt  $\beta$  określa położenie korbowodu.

Na denko tłoka mechanizmu działa okresowo zmienne ciśnienie  $p(\varphi)$  czynnika roboczego, natomiast od skrzyni korbowej działa na tłok ciśnienie  $p_a$  panujące w skrzyni (rys. 2). Nacisnienie chwilowe  $p_n(\varphi)$  działające na tłok wynosi

$$p_n(\varphi) = p(\varphi) - p_a \quad (1)$$

Wypadkową siłę tłokową  $P(\varphi)$  działania czynnika roboczego w poło-

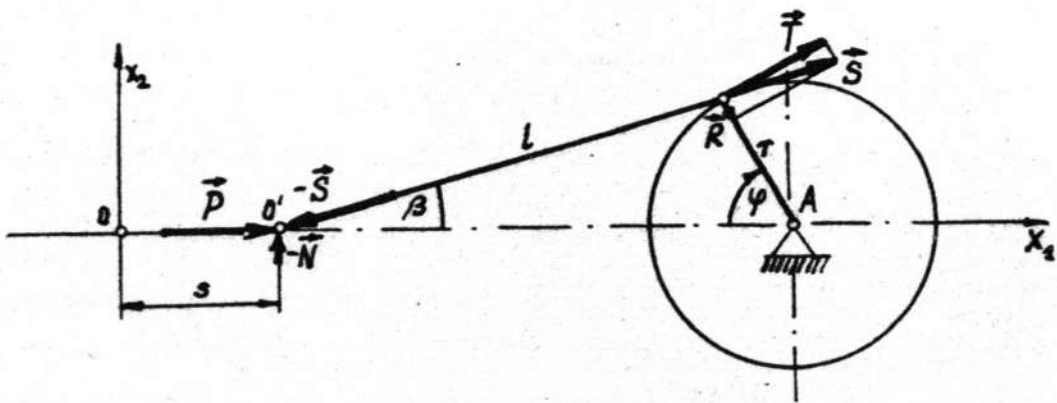


Rys. 2

żeniu mechanizmu określonym przez kąt  $\psi$  określa wzór

$$P(\psi) = F_c p_c(\psi) ; \quad F_c = \frac{\pi d_c^2}{4} c, \quad p_c(\psi) = p(\psi) - p_a, \quad (2)$$

gdzie:  $F_c$  oznacza pole przekroju poprzecznego cylindra a  $d_c$  średnicę cylindra,  $p_c(\psi)$  ciśnienie w przestrzeni roboczej tłoka. Czasami wygodnie jest wyrazić wypadkową siłę tłokową  $P(\psi)$  w zależności od tzw. siły stycznej  $T$  działania czynnika roboczego bądź operować siłą styczną  $T$  /rys. 3/. /Patrz też literatura [7,6,5] /.



Rys. 3

$$P = \frac{T(\psi) \cos \beta}{\sin(\psi + \beta)} \quad (3)$$

$$a \quad T(\psi) = F_c t_t, \quad (4)$$

gdzie  $t_t$  to jednostkowa siła styczna od działania czynnika roboczego.

Po wykorzystaniu zależności geometrycznych układu korbowego wzór (3) przekształconego do postaci

$$P(\varphi) = T(\varphi) \frac{1}{\left( \sin\varphi + \frac{\lambda \sin 2\varphi}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\varphi}} \right)} \quad (5)$$

Tu przez  $\lambda = \frac{r}{l}$  oznaczono stosunek korbowy.

Przebieg ciśnienia w skrzyni korbowej bada się indykatozem. Powszecchnie jednak przyjmuje się, że z wyjątkiem silników dwusuwowych z przedmuchianiem skrzyni korbowej, ciśnienie  $p_a$  równa się atmosferycznemu [6].

Ciśnienie czynnika roboczego  $p(\varphi)$  jest funkcją okresową kąta obrotu korby  $\varphi$ . Okres współrzędnej  $\varphi$  i cyklu pracy czynnika roboczego wynosi  $T_d = 2\pi$  dla maszyn dwusuwowych /jednemu obrotowi wału korbowego odpowiadają dwa suwy tłoka/ i  $T_c = 4\pi$  dla maszyn czterosuwowych /dwom obrotom wału odpowiadają cztery suwy tłoka/. Dla analizy zmiennych obciążeń  $p(\varphi)$  mechanizmu korbowego wykorzystuje się wykres indykatorowy danej maszyny tłokowej /lub maszyny podobnego typu/, podający przebieg ciśnienia w funkcji kąta obrotu korby  $p = f(\varphi)$ . Wykresy indykatorowe istniejącej maszyny można otrzymywać za pomocą indykatora, np. oscylografowego [6]. Dla nowo projektowanej maszyny tłokowej należy odwzorować przewidywany, przy wymaganych parametrach, rzeczywisty wykres pracy mechanizmu korbowego wg. znanej metody konstrukcji tego wykresu [8,9].

Wykresy przebiegu ciśnienia w funkcji przesunięcia tłoka  $p = g(s)$  należy przeliczyć dla każdego suwu na wykresy  $p = f(\varphi)$  korzystając z wzoru na przesunięcie tłoka

$$s = r + l - l \cos\beta - r \cos\varphi, \quad (6)$$

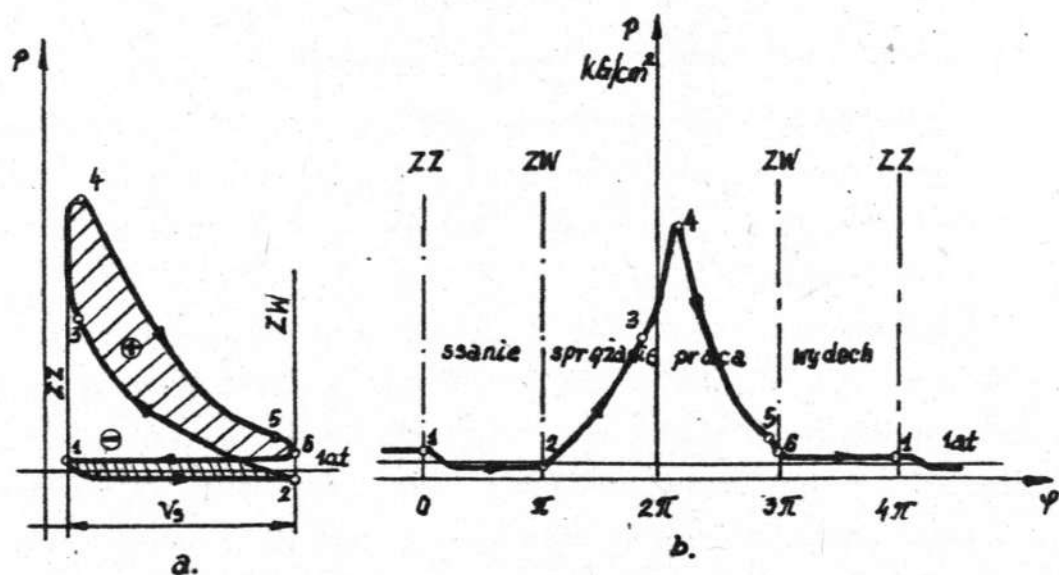
który da się przekształcić do postaci

$$s(\psi) = r \left[ 1 - \cos \psi + \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \psi} \right) \right] \quad (7)$$

Wykresy podające przebieg ciśnienia czynnika roboczego w cylindrze roboczym w funkcji objętości skokowej /  $p=h(V_s)$  / , należy przeliczyć dla każdego suwu wg wzoru

$$V_s = F_c s(\psi) , \quad (8)$$

gdzie  $V_s$  jest chwilową objętością skokową w cylindrze.



Rys.4

Na rysunku 4 przedstawiono przykładowo wykres zmian ciśnienia czynnika roboczego w funkcji kąta obrotu korby  $\psi$  . Wykres pracy  $p=f(\psi)$  /rys. 4b/ otrzymano z przekształcenia projektowanego /rzu-  
czywistego / wykresu  $p=h(V_s)$  /rys.4 a/ dla czterosuwowego silnika z zapłonem samoczynnym/wg [5] /.

Ciśnienie czynnika roboczego  $p(\psi)$  jest funkcją okresową, wy-  
godnie zatem jest przedstawić je za pomocą nieskończonego szere-  
gu Fouriera [3].

$$p(\psi) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(\xi_m \psi) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(\xi_m \psi); \quad (9)$$

$$\xi_m = m \text{ dla maszyn dwusuwowych,}$$

$$\xi_m = \frac{m}{2} \text{ dla maszyn czterosuwowych.}$$

Funkcję  $p(\varphi)$  przedstawioną wykresem indykatorowym / a nie wzorami matematycznymi/, sprowadzić można do postaci szeregu Fouriera na drodze analizy wykresu za pomocą analizatora harmonicznego, z którego licznika odczytuje się bezpośrednio wartości współczynników szeregu Fouriera, lub poprzez przybliżoną rachunkową analizę harmoniczną [6, 10, 11, 12].

Wtedy ciśnienie  $p(\varphi)$  czynnika roboczego na tłok można wyrazić z wystarczającą dokładnością w postaci analitycznej /ortogonalnej/ wielomianami trygonometrycznymi

$$p(\varphi) = p_0 + \sum_{m=1}^{\frac{i}{2}} a_m \cos(\xi_m \varphi) + \sum_{m=1}^{\frac{i}{2}-1} b_m \sin(\xi_m \varphi) \quad (10)$$

lub w postaci amplitudowej, którą się tutaj bliżej nie zajęto. Technika rachunkowych obliczeń stałej /wartości średniej/  $p_0$  i współczynników szeregu Fouriera  $a_m$  i  $b_m$ , przy liczbie podziałowej okresu  $i=12, 24, 36, 48, 72$  dla obiegów czterosuwowych a  $i=6, 12, 18, 24, 36$  dla obiegów dwusuwowych, dla liczby kolejnej składnika szeregu  $m=1, 2, \dots, i$  jest znana [6, 7, 11].

Średnią wartość ciśnienia obliczamy wg [12] z wzoru

$$p_0 = \frac{1}{i} \sum_{\zeta=0}^{i-1} y_{\zeta}, \quad (11)$$

a współczynniki Fouriera /tj. składowe ortogonalne amplitudy ciśnienia/ z sum:

$$a_m = \frac{2}{i} \sum_{\zeta=0}^{i-1} y_{\zeta} \cos\left(\frac{2\pi m}{i} \zeta\right), \quad b_m = \frac{2}{i} \sum_{\zeta=0}^{i-1} y_{\zeta} \sin\left(\frac{2\pi m}{i} \zeta\right), \quad (12)$$

gdzie  $y_{\zeta}$  jest współrzędną krzywej zmian ciśnienia w okresie.

Uwzględniając wzory (2) i (9), siłę tłokową  $P(\varphi)$  jako wypadko-

wą siłę ciśnienia czynnika roboczego na tłok w cylindrze, będącą ciągłą regularną funkcją kąta obrotu korby  $\varphi$ , można opisać w zmiennej bezwymiarowej wzorem

$$P^*(\varphi) = \frac{M}{r} \left[ p_0^* + \sum_{m=1}^{\infty} a_m^* \cos(\xi_m \varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m^* \sin(\xi_m \varphi) \right], \quad (13)$$

gdzie 
$$P^*(\varphi) = \frac{P(\varphi)}{I_w \omega_{sr}^2}$$

a parametry bezwymiarowe

$$M = \frac{r^F p_c p_o}{I_w \omega_{sr}^2}, \quad p_o^* = \frac{p_o - p_a}{p_o}, \quad a_m^* = \frac{a_m}{p_o}, \quad b_m^* = \frac{b_m}{p_o}. \quad (14)$$

Tutaj  $I_w$  jest momentem bezwładności wału wraz z osadzonymi na nim elementami,  $\omega_{sr}$  jest średnią /nominalną/ prędkością kątową mechanizmu /  $\omega_{sr} = \frac{\pi n}{30}$ ,  $n$  - liczba obrotów korby/.

Z zależności (5) można po prostych przekształceniach wyznaczyć / w miarę potrzeby/ siłę styczną  $T(\varphi)$  wyrażoną w postaci bezwymiarowej następująco

$$T^*(\varphi) = P^*(\varphi) \left( \sin \varphi + \frac{\lambda \sin 2\varphi}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right). \quad (15)$$

Dla wielokorbowych maszyn jednostronnego działania, kątowne przesunięcie fazowe  $\alpha_j$  wykorbień mechanizmów, będące wielokrotnością kąta fazowego  $\alpha = \frac{\pi}{k}$  wynosi:

$$\alpha_j = \frac{\pi}{k} j; \quad j = (0, 1, \dots, k-1),$$

przy czym dla  $T=2\pi$

$$\alpha_j = \alpha_{d_j} = \alpha_d j; \quad \alpha_d = \frac{2\pi}{k},$$

dla  $T = 4\pi$

$$\alpha_j = \alpha_{c_j} = \alpha_c j; \quad \alpha_c = \frac{4\pi}{k},$$

gdzie  $\alpha_d$  i  $\alpha_c$  to kąty fazowe maszyn dwu- i czterosuwowych.

(16)



Obecnie w praktyce technicznej stosuje się maszyny tłokowe o liczbie wykorbień  $k=1-12$ .

Siły tłokowe  $P_w(\varphi)$  układu  $k$ -korbowego są sumą sił tłokowych poszczególnych mechanizmów jednokorbowych tego układu przesuniętych względem siebie o fazę.

Dla mechanizmu wielokorbowego o dowolnej liczbie  $k$  wykorbień sumaryczne siły tłokowe  $P_w(\varphi)$  w zapisie bezwymiarowym wynoszą

$$P_w^*(\varphi) = \frac{M}{r} \left[ k p_o^* + \sum_{m=1}^{\infty} a_m^* \sum_{j=0}^{k-1} \cos \xi_m (\varphi + \alpha_j) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m^* \sum_{j=0}^{k-1} \sin \xi_m (\varphi + \alpha_j) \right], \quad (17)$$

przy czym oznaczenia jak we wzorze (14).

Dla prowadzonych rozważań porządkowa kolejność pracy wykorbień mechanizmu wielokorbowego nie jest istotna.

#### 4. Uogólnione siły od działania czynnika roboczego w mechanizmach wielokorbowych

Jeżeli  $s(\varphi)$  jest chwilowym przesunięciem tłoka /wzór (7)/ a  $P(\varphi)$  siłą tłokową będącą wypadkową siłą ciśnienia czynnika roboczego na tłok w położeniu określonym przez kąt  $\varphi$ , to siłę uogólnioną ciśnienia czynnika roboczego w mechanizmie jednokorbowym wyznaczyć można z wzoru na pracę wirtualną  $\delta W$  [1]:

$$\delta W = \sum_G P_G \delta x_G = \sum_l \left( \sum_G P_G \frac{\partial x_G}{\partial q_l} \right) \delta q_l = \sum_l Q_l \delta q_l, \quad (18)$$

gdzie  $x_G$  oznacza przemieszczenie punktu przyłożenia siły  $P_G$ ,  $q_l$  współrzędną uogólnioną,  $l$  liczbę stopni swobody układu.

W naszym przypadku układu o jednym stopniu swobody praca wirtualna  $\delta W_p$  (sił tłokowych) wynosi

$$\delta W_p = P(\varphi) \delta s = P(\varphi) \frac{\partial s}{\partial \varphi} \delta \varphi. \quad (19)$$

Siłę uogólnioną  $Q_p(\varphi)$  od działania czynnika roboczego w cylindrze wyraża zależność

$$Q_p(\varphi) = P(\varphi) \frac{\partial s}{\partial \varphi}. \quad (20)$$

Dokonując odpowiedniej operacji różniczkowania /na wzorze (7)/ i uwzględniając zależność (13) na bezwymiarową postać sił tłokowych  $P^*(\varphi)$ , otrzymano w postaci bezwymiarowej uogólnioną siłę od działania czynnika roboczego w mechanizmie jednokorbowym

$$Q_p^*(\varphi) = P^*(\varphi) r \left( \sin \varphi + \frac{\lambda \sin 2\varphi}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right). \quad (21)$$

Tu

$$Q_p^*(\varphi) = \frac{Q_p(\varphi)}{I_w \omega^2 \delta r}.$$

Z porównania wzorów (21) i (15) widać, że

$$Q_p^*(\varphi) = r T^*(\varphi). \quad (22)$$

Wzór (22) pokazuje, że często dla wyznaczenia uogólnionych sił tłokowych wygodnie jest posługiwać się siłami stycznymi,

Dla mechanizmów wielokorbowych wzór na siłę uogólnioną od działania czynnika roboczego uzyskano w postaci sum potrójnych

$$Q_{p_w}^*(\varphi) = P_w^*(\varphi) r \sum_{j=0}^{k-1} \left[ \sin(\varphi + \alpha_j) + \frac{\lambda \sin 2(\varphi + \alpha_j)}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2(\varphi + \alpha_j)}} \right], \quad (23)$$

gdzie  $P_w^*(\varphi)$  jak we wzorze (17).

Postać wzoru (23) nie pozwala wysnuć wniosków na ile  $\lambda$  wpływa na  $Q_{p_w}^*(\varphi)$ . Dokonano przekształceń wzoru (23), by otrzymać zwartą,

aplikacyjną postać wzoru. Ze względu na małe  $\lambda$  /  $\lambda \ll 1$  / , wyrażenie  $\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2(\varphi + \alpha_j)}$  rozwinięto na szereg ze względu na

$\lambda^2 \sin^2(\varphi + \alpha_j)$  [2]. Otrzymane szeregi potęgowe wyrażono szeregami trygonometrycznymi [13], doprowadzając wzór (23) do postaci

$$Q_{pw}^*(\varphi) = M \left[ k p_o^* + \sum_{m=1}^{\infty} a_m^* \sum_{j=0}^{k-1} \cos \xi_m(\varphi + \alpha_j) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m^* \sum_{j=0}^{k-1} \sin \xi_m(\varphi + \alpha_j) \right] \sum_{m=1,2,4,\dots}^{\infty} H_m \sum_{j=0}^{k-1} \sin m(\varphi + \alpha_j). \quad (24)$$

Wzajemnie:

$$\begin{aligned} H_1 &= 1, \\ H_2 &= 0,5 + 0,125 \lambda^3 + 0,058594 \lambda^5 + 0,03418 \lambda^7 + \\ &\quad + 0,022432 \lambda^9 + 0,015862 \lambda^{11} + \dots, \\ H_4 &= -0,0625 \lambda^3 - 0,046875 \lambda^5 - 0,03418 \lambda^7 - 0,025635 \lambda^9 - \\ &\quad - 0,019827 \lambda^{11} - \dots, \\ H_6 &= 0,011719 \lambda^5 + 0,014648 \lambda^7 + 0,01442 \lambda^9 + 0,013218 \lambda^{11} + \dots, \\ H_8 &= -0,002441 \lambda^7 - 0,004272 \lambda^9 - 0,005287 \lambda^{11} - \dots, \\ H_{10} &= 0,000534 \lambda^9 + 0,001202 \lambda^{11} + \dots, \\ H_{11} &= -0,00012 \lambda^{11} - \dots, \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned} \quad (25)$$

Ciagi współczynników  $H_m$  nieskończonego szeregu Fouriera są szybkozbieżne ze względu na  $\lambda$ . Mimo małej wartości stosowanego stosunku korbowego / maksymalne  $\lambda = 0,4$ , uwzględniono wyrazy szeregu aż do wskaźnika granicznego  $m = 12$ , by to gwarantowało otrzymanie głównych harmoniczných dla wszystkich przypadków  $k$ .

Następnie wysumowano szeregi względem wskaźnika  $j$ .

Ostatecznie uogólnioną siłę tłokową od działania czynnika roboczego w mechanizmach wielokorbowych przedstawiono wzorem

$$Q_{P_w}^*(\varphi) = k^2 M \left[ p_0^* + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{(\nu h)}^* \cos(\nu h \varphi) + \sum_{\nu=1}^{\infty} b_{(\nu h)}^* \sin(\nu h \varphi) \right] \sum_{\nu=1}^u H_{(\nu h)} \sin(\nu h \varphi), \quad (26)$$

gdzie  $(\nu h)$  to krotność składników sum, wskaźnik sumowania zaś  $\nu = 1, 2, 3, \dots$

$$\text{Dla } T = 2\mathcal{N} \rightarrow h=k, \quad u=12, \text{ dla } T=4\mathcal{N} \rightarrow h=\frac{k}{2}, \quad u=24. \quad (27)$$

### 5. Analiza wzorów

Pojawienie się we wzorze (26) niezerowych wyrazów ciągów  $H_{(\nu h)}$  zależy od wskaźnika  $\nu$  i liczby wykorbień  $k$  mechanizmu. Wartości te zestawiono w tabelach: 1./dla  $T=2\mathcal{N}$  / i 2./dla  $T=4\mathcal{N}$  /. Dla mechanizmów wielokorbowych o okresie pracy  $T=4\mathcal{N}$  współczynniki połówkowe  $H_{(\nu h)}$  sumy są zerami.

Z tabel widać, że przy wykorbieniach nieparzystych  $k=7, 9, 11$  nie można uchwycić wpływu składników sumy z  $H_{(\nu h)}$  na wielkość sił tłokowych /przy uwzględnieniu wszystkich wyrazów do granicznego przyjętego jako  $H_{12}$ /. W ciągu  $H_{(\nu h)}$  pierwsza niezerowa wartość dla  $k=7$  to  $H_{14}$  a dla  $k=9, 11$  odpowiednio  $H_{18}$  i  $H_{22}$ . Ostatni uwzględniony wyraz  $H_{12}$  ciągu  $H_{(\nu h)}$  jest już bardzo mały. Przyjęcie dalszych wyrazów jest niecelowe, albowiem przy małej wartości  $\lambda$  składniki sum ze współczynnikami  $H_{(\nu h)}$  o krotności  $(\nu h) > 12$  są bliskie zeru. Dla tych przypadków uwzględnienie wpływu  $\lambda$  na wartość uogólnionych sił tłokowych nie jest możliwe. Dla wymienionych przypadków  $k=7, 9, 11$  wzór (26) nie jest dostatecznie skuteczny. Stosowaną tu metodę wyznaczania uogólnionych sił tłokowych należy dla mechanizmów o wykorbieniach  $k=7, 9, 11$  zmodyfikować. Siły tłokowe obliczać należy wychodząc z analizy harmoniczej sił stycznych ciśnienia czynnika roboczego w cylindrze.

O wskaźnikach współczynników szeregów Fouriera  $a^*$ ,  $b^*$  decy-

Tabela 1. Niezerowe współczynniki  $H_{(\nu h)}$  szeregu trygonometrycznego z wzoru (26) dla przypadku mechanizmów dwusuwowych

Współczynniki $H_{(\nu h)}$ /obliczone wg wzoru (25)/	Niezerowe wartości $H_{(\nu h)}$ oznaczone znakiem +												
	$\nu \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$H_1$	1	+											
$H_2$	1 2		+										
$H_4$	1 2 4			+									
$H_6$	1 2 3 6				+					+			
$H_8$	1 2 4 8					+						+	
$H_{10}$	1 2 5 10							+					+
$H_{12}$	1 2 3 4 6 12								+				+



duje krotność  $(\nu h)$ . Granice wskaźników sum narzucone są niezerowymi wartościami współczynników. W przypadku stosowania przybliżonej rachunkowej analizy harmonicznej /patrz punkt 3/, przyjęcie granic wskaźników sum determinowane jest liczbą podziałową „i” okresu badanego przebiegu ciśnienia czynnika roboczego /wykresu pracy/. Wtedy współczynniki  $a^*_{(\nu h)}$  i  $b^*_{(\nu h)}$  mają następujące graniczne wskaźniki sum:

$$\begin{array}{ll} \text{przy } T=2\mathcal{N} , & \text{dla } a^*_{(\nu h)} - \nu = 1, 2, 3, \dots, \frac{i}{2} \\ & \text{dla } b^*_{(\nu h)} - \nu = 1, 2, 3, \dots, \frac{i}{2} - 1, \\ \text{przy } T=4\mathcal{N} , & \text{dla } a^*_{(\nu h)} - \nu = 1, 2, 3, \dots, i \\ & \text{dla } b^*_{(\nu h)} - \nu = -1, 2, 3, \dots, i-2. \end{array} \quad (28)$$

#### 6. Uwagi końcowe

Otrzymany w pracy wzór analityczny na obliczanie uogólnionej siły tłokowej od działania czynnika roboczego w przestrzeniach roboczych tłoków mechanizmów wielokorbowych stosować można przy formułowaniu modelu matematycznego ruchu mechanizmów w postaci równań Lagrange'a II rodzaju.

W równania te wprowadza się jako obciążenie zewnętrzne mechanizmu, obliczoną siłę uogólnioną przedstawioną w postaci pojedynczych i podwójnych szeregów Fouriera. Stosowane techniki analizy harmonicznej wykresu przebiegu ciśnienia narzucają graniczne wskaźniki sumowania nieskończonych szeregów Fouriera.

Analiza uzyskanych wzorem (26) /i tabelami 1 i 2/ wyników wykazała użyteczność aplikacyjną przedstawionych obliczeń.

#### Literatura

- [1] Gutowski R., Mechanika analityczna, PWN, Warszawa 1971
- [2] Siemiendiajew K.A., Bronsztejn I.N., Matematyka. Poradnik encyklopedyczny, PWN, Warszawa 1968 /tłum. z ros./

- [3] Tołstow G., Szeregi Fouriera, PWN, Warszawa 1954 /tłum. z ros./
- [4] Kożeśnik J., Dynamika maszyn, WNT, Warszawa 1963 /tłum. z czesk./
- [5] Poradnik inżyniera mechanika, T.2, WNT, Warszawa 1968
- [6] Jędrzejowski J., Mechaniką układów korbowych silników samochodowych, WKiŁ, Warszawa 1972
- [7] Biezeno C.B., Grammel R., Technische Dynamik. Bd.I, Springer - Verlag, Berlin 1953
- [8] Jędrzejowski J., Obliczanie tłokowego silnika spalinowego, WNT, Warszawa 1971
- [9] Niewiarowski K., Tłokowe silniki spalinowe, WKiŁ, Warszawa 1968
- [10] Nejman I., Garmoničeskij analiz tangencjalnych sil od gazov, Sbornik nr 3 CIAM im. Baranowa
- [11] Serebrennikov M.G., Garmoničeskij analiz. OGIZ, Gosudarstvennoe Izdatelstwo Techniko-Teoretičeskoj Literatury, Moskva 1948 Leningrad
- [12] Ziemia S., Analiza drgań, T.I, PWN, Warszawa 1957
- [13] Ryżyk I.M., Gradsztejn I.S., Tablice całek, sum, szeregów i iloczynów, PWN, Warszawa 1964 /tłum. z ros./
- [14] Stańczak M., Analityczny sposób wyznaczania nierównomierności ruchu mechanizmów wielokorbowych /praca doktorska/ Politechnika Poznańska, Poznań 1973

GENERALISED OPERATING PRONCES OF THE WORKING MEDIUM IN MULTICRANK  
PISTON ENGINES

Summary

Regular k-crank mechanisms are considered. In the generalised main link coordinate function, the piston forces of the working medium pressure in the working space during the operating cycle



are described for one - and mult crank mechanisms by Fourier series. For the general case of a mult crank mechanism, the generalised Lagrange force due to the working medium was calculated and is expressed by double and quadruple sums. After summation, a formula for the generalised piston force was obtained, expressed by a single and a double Fourier series. The results are analysed, and the application of the formulae so obtained are discussed.

#### ОБОБЩЕННЫЕ СИЛЫ ДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕГО ФАКТОРА В МНОГОШАТУННЫХ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

##### Р е з ю м е

Статья посвящена регулярным шатунным механизмам. Для одношатунных и многошатунных механизмов обозначено обобщенной координатной функцией основного звена поршневые силы давления рабочего фактора в рабочем пространстве поршня во время цикловой работы, представляя ее рядами Фурье. Для общего случая многошатунного механизма подсчитана обобщающая сила Лагранжа от действия рабочего фактора, выраженная двойной и четырехкратной суммами. После подсчета автор получил формулу обобщенной поршневой силы, выраженной одиночным и двойным рядами Фурье. В статье проведен анализ полученных результатов. Указаны также аппликационные возможности полученных формул.