

ROMUALD GAJEWSKI
STANISŁAW WOELKE
WSP w Bydgoszczy

PEWNE ASPEKTY SYNTEZY SIŁOWEJ MECHANIZMÓW KRZYWKOWYCH NA TLE
ZAGADNIENIA WYRÓWNOWAŻANIA NIESTACJONARNYCH QUASISTATYCZNYCH
PRZEBIEGÓW OBCIĄŻENIOWYCH

W pracy sformułowano zagadnienie uśrednienia i wyrównoważenia quasistatycznych obciążeń siłowych i momentowych. Wykazano, że efekt uśrednienia można osiągnąć przez zastosowanie dodatkowego silnika zerowej mocy za okres. Silnikiem takim może być mechanizm krzywkowy z dowolnym przyłożonym do popychacza obciążeniem potencjalnym. Przy równoważeniu niestacjonarnego przebiegu momentowego za pomocą takiego mechanizmu i przy zadanym potencjalnym obciążeniu popychacza efekt uśrednienia może być osiągnięty przez odpowiedni dobór krzywki. Ze względu na dane stanowiące punkt wyjścia do wyznaczenia zarysu takiej krzywki problem ten nazwano syntezą siłową mechanizmu krzywkowego. Synteza ta różni się zasadniczo od opracowanych w literaturze syntezy geometrycznej i kinematycznej. W sformułowanym zagadnieniu dla określonego typu popychacza wyznaczono teoretyczny zarys potrzebnej krzywki.

Równania zarysu są wyrażone w skomplikowanej, ale dogodnej do obliczeń postaci - są mianowicie funkcjami tylko kąta obrotu krzywki. Wskazano na rozległość tematu wyrównoważenia obciążeń i uzasadniono konieczność dalszych badań w tym kierunku.

1. Wstęp

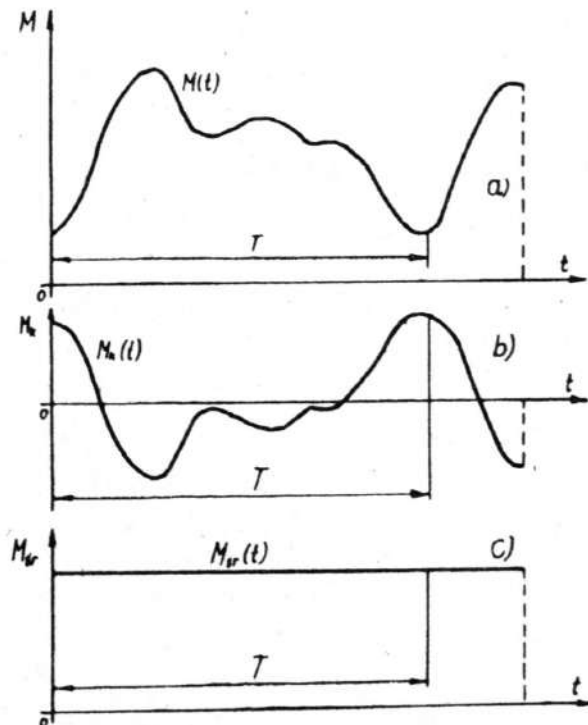
Prezentowana praca ma charakter sygnałny, zwracający uwagę na pewien problem techniczny, zaś zamieszczone rozwiązanie dotyczy pewnego przypadku szczególnego i nie pretenduje do ogólności.

Złożone zadania i funkcje spełniane przez maszyny sprawiają, że ich elementy są poddane działaniu zmiennych obciążeń siłowych i momentowych. Ze względu na wzrastającą szybkość maszyn zagadnieniom ustalania obciążeń wewnętrznych elementów poświęca się w literaturze naukowej, dotyczącej mechaniki maszyn, coraz więcej uwagi [4], [6]. Wraz ze wzrostem obciążeń powstaje natychmiast problem redukcji szkodliwych oddziaływań niestacjonarnych przebiegów obciążeniowych. Te zagadnienia są podporządkowane różniczkowemu problemowi dynamiki i są stosunkowo dobrze opracowane w literaturze przedmiotu. Jako metody realizacji technicznej ograniczania obciążeń można tu wymienić: statyczne i dynamiczne wyrównoważanie mas w ruchu, zastosowanie kół zamachowych, stabilizacja obciążeń dynamicznych za pomocą siłowych mechanizmów żyroskopowych oraz inne działania - przeważnie pochodne od wymienionych. Jednakże w technice są rozpowszechnione maszyny i urządzenia, których wymagania funkcjonalne są takie, że wyposaża się je w mechanizmy będące źródłem zmiennego momentu obrotowego lub zmiennych sił. Można tu wymienić: mechanizmy dźwigniowo-korbowe, przekładnie zębate z krzyżem maltańskim, przekładnie zębate eliptyczne, przekładnie zębate o ruchu okresowym, mechanizmy zapadkowe lub korbowo-zapadkowe i inne. Przy uzasadnionej konieczności zastosowania mechanizmu indukującego zmienne w czasie obciążenia, powstaje podobny jak w ruchu bezwładnym problem redukcji silnie niestacjonarnych obciążeń siłowych lub momentowych. Jednakże problem ten jest jakościowo zupełnie inny w porównaniu z poprzednim. Jeśli pierwszy problem dotyczy przypadków generowania sił wynikłych z szybkiego ruchu, to drugi problem dotyczy mechanizmów poruszających się raczej powoli, ale w których generowanie zmiennych obciążeń wynika z funkcjonalnej zasady ich pracy. Stąd też w drugim przypadku nie można ograniczać nadmiernego wzrostu obciążeń tak jak w przypadku pierwszym, tj. przez ingerencję typu bezwładnościowego.

2. Sformułowanie zagadnienia

Stwierdzono we wstępie, że w dążeniu do ograniczenia szczytowych obciążeń niektórych maszyn nieprzydatne są metody korekcyjne typu bezwładnościowego. Można jednakże zauważyć pewną

prawidłowość jeśli chodzi o strukturę urządzeń korekcyjnych. Np. niewyrównoważenie statyczne /ściślej mówiąc jego wpływ na obciążenie wybranego elementu/ redukuje się korekcyjnym niewyrównoważeniem statycznym, niewyrównoważenie dynamiczne - innym, korekcyjnym niewyrównoważeniem dynamicznym, szybkiej zmianie prędkości bezwładnej przeciwdziała się wprowadzając masę bezwładną w postaci koła zamachowego, kołysaniu obiektu zapobiega się sprzęgając obiekt z żyroskopem siłowym, który z racji swej dynamiki cechuje się dążnością do utrzymania stałości pewnych kierunków itd. To pouczające zestawienie prowadzi do wniosku, że najkorzystniejszy efekt ograniczenia szkodliwych wpływów uzyskuje się wprowadzając element korekcyjny o tym samym charakterze co przyczyna, która niepożądanym skutkiem wywołała. Jeśli zatem na wał pewnej maszyny stwierdza się niekorzystny przebieg momentu obrotowego np. o postaci jak na rysunku 1a, to należy na ten sam wał równocześnie oddziaływać zewnątrz innym momentem, np. o przebiegu jak na Rysunku 1b.



Rys.1. Przebiegi momentów: a/ niezrównoważonego, b/ korekcyjnego
c/ zrównoważonego

W wyniku superpozycji tych dwóch momentów - M i M_k można uzyskać zrównoważony przebieg momentu M_{gr} pokazany na rys.1c. Decydujący z punktu widzenia efektu końcowego moment korekcyjny może być indukowany różnymi sposobami. W szczególności może on pochodzić z dodatkowego silnika o programowanym momencie obrotowym, np. silnika hydraulicznego. Jednakże takie rozwiązanie nie znajduje zazwyczaj uzasadnienia technicznego. Można oddziaływać na moment niezrównoważony sprzęgając odpowiednio wał z akumulatorem energii potencjalnej. Akumulator taki, pobierając z wału energię - przykładowo dla przebiegu M na Rys.1a w pewnym przedziale czasu około bezwzględniego minimum funkcji momentu i następnie oddając energię w przedziale czasu około bezwzględniego maksimum momentu, pozwala na częściowe wyrównowanie wyjściowego momentu zmiennego. Takie urządzenia korekcyjne dla obciążeń siłowych i momentowych są już stosowane. Można tu wymienić doświadczalny mechanizm tnący kosiarki czy też mechanizm zapadkowo-sprężynowy oddziaływujący na wał napędu strugarki [1]. Mechanizmy sprężynowe są napinane w dużych przedziałach czasu nie powodując tym samym istotnego wzrostu momentu obrotowego, natomiast po ich zwolnieniu działają jak silniki małej mocy o dużym momencie i w ten sposób obniżają szczytowe wartości obciążeń. Z innych urządzeń o podobnym działaniu można wymienić mechanizm wspomagająco-hamujący zastosowany w układzie napędowym głowicy automatu wielowrzecionowego, [1], [2].

Pomimo stopniowego upowszechniania się w technice urządzeń korygujących niekorzystne przebiegi obciążeń, tylko nieliczne prace stawiają problem syntezy takich mechanizmów [1], [4]. Tymczasem problem taki można sformułować w przypadku ogólnym.

Założmy mianowicie, że na wale napędowym maszyny stwierdzono niekorzystny przebieg momentu wg funkcji $M(t)$ jak na Rys.1a. Aby uzyskać pożądany efekt wyrównowania należy oddziaływać na wał momentem $M_k(t)$ wg przebiegu jak na Rys.1b. Zauważmy, że pokręt momentu M_k za okres T :

$$(1) \quad N_k = \int_0^T M_k(\tau) d\tau = 0,$$

a zatem moment równoważący M_k powinien pochodzić od silnika

zerowej mocy za okres i niezerowej mocy chwilowej. Takie warunki spełnia mechanizm krzywkowy z dowolnym potencjalnym obciążeniem popychacza /obciążenie siłą ciężaru, napięciem sprężyny, siłownikiem pneumatycznym itd./. Osiągnięcie pożądanego przebiegu momentu korekcyjnego przy zadanym obciążeniu popychacza zależy od ukształtowania krzywki. Tutaj właśnie dochodzi się do zasadniczego problemu syntezy siłowej mechanizmu krzywkowego. Na tle zamieszczonych rozważań sformułowanie tego zagadnienia jest następujące: dla mechanizmu krzywkowego, którego krzywka współpracuje z odpowiednim popychaczem wyznaczyć zarys krzywki przy narzuconym warunku, aby przy zadanym obciążeniu popychacza otrzymać na wale krzywkowym obrotowy moment korekcyjny o określonym z góry przebiegu.

Należy zwrócić uwagę, że tak stawiany problem syntezy siłowej mechanizmu krzywkowego różni się w sposób istotny od rozpatrywanych w literaturze zagadnień analizy i syntezy geometrycznej lub kinematycznej [3],[7]. Problem syntezy geometrycznej jest bowiem stawiany następująco: dla założonego prawa ruchu popychacza wyznaczyć zarys krzywki, która żądany ruch zapewni. Synteza typu obciążenie-obciążenie musi być inna od syntezy przemieszczenie-przemieszczenie.

Przedmiotem tej pracy jest jak wskazano w tytule synteza siłowa mechanizmu krzywkowego, przy czym jest ona prowadzona przy warunkach sformułowanych wyżej.

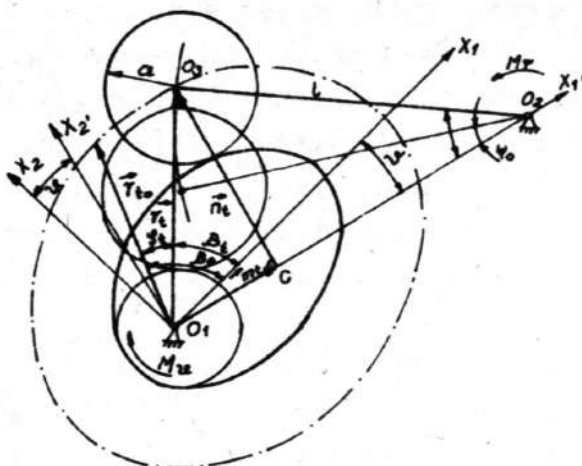
3. Rozwiązanie problemu

W rozwiązaniu problemu sformułowanego w p.2. przyjęto następujące założenia modelowe:

- przebieg równoważonego momentu $M(t)$ jest okresowy,
- funkcja $M(t)$ jest podana analitycznie w postaci wyraźnej od czasu jako jedna lub kilka funkcji odcinkowo ciągłych tworzących prawdziwy przebieg momentu w okresie,
- ruch mechanizmu jest na tyle powolny, że pozwala traktować obciążenie jako quasistatyczne,
- mechanizm pracuje bezterciowo, co w technicznej realizacji może być przybliżone współpracą twardej krzywki z rolką końcówką popychacza,

- dla ogólności rozważań przyjęto, że popychacz z końcówką rolkową jest prowadzony wahliwie względem stałej osi obrotu.

Odpowiedni do przyjętych założeń schemat mechanizmu krzywkowego zamieszczono na Rys.2.



Rys.2. Schemat do syntezy siłowej mechanizmu krzywkowego i do określenia teoretycznego zarysu krzywki

Do rozważań wprowadzono następujące oznaczenia:

- O_1 - oś obrotu krzywki
- O_2 - oś obrotu popychacza,
- ψ - kąt obrotu krzywki
- ν - kąt obrotu popychacza,
- M_v - moment obrotowy działający na wał krzywkowy - moment ten jest generowany w samym mechanizmie krzywkowym,
- M_y - potencjalny moment obrotowy działający na wahacz popychacza - moment ten pochodzi od potencjalnego obciążenia wahacza,
- $O_1 O_2 = b$ - odległość między osią krzywki a osią wahacza,
- $O_2 O_3 = l$ - długość wahacza,
- a - promień rolki wahacza,
- \vec{r}_t - wektor punktu zarysu teoretycznego,
- \vec{r}_{to} - wektor początkowy punktu zarysu teoretycznego,
- γ_t - kąt biegunowy zarysu teoretycznego,

x_1, O_1, x_2 , - stały układ współrzędnych związany ze stałymi punktami mechanizmu

x_1, O_1, x_2 - ruchomy układ współrzędnych związany z obracającą się krzywką.

Celem stawianym w rozpatrywanym zagadnieniu jest wyznaczenie zarysu teoretycznego krzywki, która współpracując z przyjętym popychaczem zapewni odpowiedni przebieg momentu M_p .

Punktem wyjścia jest analiza równoważonego momentu $M(t)$ wg Rys. 1a. W pierwszej kolejności należy wyznaczyć pokręt tego momentu:

$$(2) \quad N = \int_0^T M(\tau) d\tau \quad [\text{Nms}]$$

Całka ta na mocy przyjętych założeń zawsze może być obliczona. Wykorzystując (2) wylicza się moment średni:

$$(3) \quad M_{\text{sr}} = \frac{N}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T M(\tau) d\tau \quad [\text{Nm}],$$

a następnie pożądaną moment korekcyjny, który musi być momentem zewnętrznym generowanym w mechanizmie krzywkowym:

$$(4) \quad M_k(t) = M_{\text{sr}} - M(t).$$

Przy znanym prawie ruchu wału krzywkowego $\varphi(t)$ moment ten może być zawsze wyrażony jako funkcja kąta obrotu wału:

$$(5) \quad M_{\varphi} = M_k[\varphi(t)]$$

W szczególności, jeśli obrót wału jest jednostajny, to zależność momentu od kąta obrotu jest taka sama jak zależność od czasu. Równocześnie od potencjalnego obciążenia popychacza można uzależnić w funkcji kąta Ψ moment M_{Ψ} .

Z zależności geometrycznych wg Rysunku 2. dla trójkąta $O_1O_2O_3$ wynika związek:

$$(6) \quad r_t = \sqrt{b^2 + l^2 - 2bl \cos \Psi},$$

przy czym kąt wychYLENIA wahacza jest zmienny.

Celem jego wyznaczenia, bierze się do pomocy zasadę prac wirtualnych [5], [8], która w rozważanym przypadku układu krzywka-popychacz przybiera postać:

$$(7) \quad M_{\psi} \delta \Psi - M_{\vartheta} \delta \vartheta = 0,$$

gdzie $\delta \vartheta$ jest wariacją niezależną kąтового przesunięcia krzywki, a $\delta \Psi$ jest wariacją zależną kąтового przesunięcia wahacza. Równanie pracy wirtualnej [7] wyraża właśnie sens siłowej syntezy mechanizmu. Wspomniana zależność jednej wariacji od drugiej wynika tutaj z faktu, że przy potraktowaniu poszukiwanego równania zarysu krzywki jako jednostronnych czynnych więzów geometrycznych - cały układ ma jeden stopień swobody, [5]. Położenie układu w sensie dynamiki analitycznej jest więc określone jedną współrzędną uogólnioną, za którą najwygodniej jest uważać kąt obrotu krzywki ϑ . Pociąga to za sobą niezależność wariacji tej współrzędnej, zaś wariacja $\delta \Psi$ zależy od wariacji $\delta \vartheta$ poprzez równanie więzów.

Z równania (7) wynika:

$$(8) \quad \delta \Psi = \frac{M_{\vartheta}}{M_{\psi}} \delta \vartheta,$$

a dla dalszych wariacji odpowiadających odcinkowo ciągłym przebiegom kątów ϑ i Ψ - można dla numeru porządkowego (i) napisać:

$$(9) \quad \delta \Psi_i = \frac{M_{\vartheta_i}}{M_{\psi_i}} \delta \vartheta_i$$

Kąt wychylenia wahacza Ψ dla dowolnego kąta obrotu krzywki wyniesie:

$$(10) \quad \Psi = \Psi_0 + \sum_{i=1}^n \frac{M_{\vartheta_i}}{M_{\psi_i}} \delta \vartheta_i.$$

Ze związków (6) i (10) otrzymuje się ostateczny wzór na współrzędną promieniową teoretycznego zarysu krzywki:

$$(11) \quad r_t = \sqrt{1^2 + b^2 - 2bl \cos \left(\Psi_0 + \sum_{i=1}^n \frac{M_{\vartheta_i}}{M_{\psi_i}} \delta \vartheta_i \right)}$$

W celu wyznaczenia drugiej współrzędnej w układzie biegunowym - kąta φ_t - wprowadzono dwa układy współrzędnych: stały x_1 ,

związany ze stałymi punktami mechanizmu oraz ruchomy x_1 związany z obracającą się krzywką, $i, i' = 1, 2$.

W oczywistej zależności wektorowej:

$$(12) \quad \vec{r}_t = \vec{m}_t + \vec{n}_t,$$

oraz dalej symbol ($'$) w oznaczeniach wektorów, ich współrzędnych oraz wersorów oznacza przynależność danej wielkości do stałego układu współrzędnych, zaś brak tego symbolu oznacza przynależność do układu ruchomego.

Z rysunku 2 wynika, że:

$$(13) \quad m_{t1}' = b - l \cos \Psi; \quad m_{t2}' = 0; \quad n_{t1}' = 0; \quad n_{t2}' = l \sin \Psi,$$

co pozwala zapisać wektor \vec{r}_t następująco:

$$(14) \quad \vec{r}_t = (b - l \cos \Psi) \vec{e}_1 + l \sin \Psi \vec{e}_2.$$

Celem wyznaczenia współrzędnych wektora r_t w ruchomym układzie współrzędnych x_1 związanych z krzywką należy wykonać transformację współrzędnych między obu wspomnianymi układami:

$$(15) \quad \begin{cases} x_1 = x_1' \cos \vartheta + x_2' \sin \vartheta; \\ x_2 = -x_1' \sin \vartheta + x_2' \cos \vartheta. \end{cases}$$

Końcowa postać wzorów na współrzędne zarysu teoretycznego krzywki w układzie związanym z krzywką jest następująca:

$$(16) \quad \begin{cases} x_1 = (b - l \cos \Psi) \cos \vartheta + l \sin \Psi \sin \vartheta; \\ x_2 = (l \cos \Psi - b) \sin \vartheta + l \sin \Psi \cos \vartheta. \end{cases}$$

W celu wyznaczenia współrzędnej biegunowej zarysu teoretycznego należy w pierwszej kolejności obliczyć $\operatorname{tg} \beta_t$:

$$(17) \quad \operatorname{tg} \beta_t = \frac{(l \cos \Psi - b) \sin \vartheta + l \sin \Psi \cos \vartheta}{(b - l \cos \Psi) \cos \vartheta + l \sin \Psi \sin \vartheta},$$

a następnie - kładąc w (17) $\vartheta = 0$ - należy określić wartość początkową tangensa kąta biegunowego:

$$(18) \quad \operatorname{tg} \beta_0 = \frac{l \sin \Psi}{b - l \cos \Psi}.$$

Ze związków (17) i (18) wynika już współrzędna biegunowa zarysu krzywki:

$$(19) \quad \varphi_t = \beta_0 - \beta_t.$$

Zależności (16) + (20) stanowią efektywne rozwiązanie postawionego zagadnienia. Należy tu jeszcze raz podkreślić, że związki (16), (17) i (19) są wyrażone tylko przez kąt obrotu wału ϑ , gdyż Ψ zależy od ϑ poprzez równanie (10).

W celu optymalnego określenia wymiarów mechanizmu krzywkowego, którego schemat pokazano na rysunku 2 - należy odpowiednio dobrać 5 parametrów: a , b , l , r_{\min} i Ψ_0 , [7].

4. Wnioski końcowe

Przedstawione w pracy rozwiązanie zagadnienia ograniczone tylko do wyznaczenia parametrów zarysu teoretycznego. Wyznaczenie zarysu rzeczywistego dla zagadnienia syntezy siłowej będzie przedmiotem innej pracy. Tutaj można wspomnieć, że przedstawione metody i sposób rozwiązania w zakresie analizy wektorowej jest tak samo przydatny przy określaniu zarysu rzeczywistego. Jeśli krzywka byłaby obrabiana frezem lub ściernicą o średnicy równej średnicy rolki popychacza, to wyznaczanie zarysu rzeczywistego nie jest potrzebne.

Otrzymane rozwiązania wyrażają się złożonymi funkcjami kąta obrotu krzywki i dlatego ich techniczne wykorzystanie byłoby najbardziej racjonalne przy wykorzystaniu maszyny cyfrowej, choć nie jest to konieczne. Na uwagę zasługuje fakt, że współrzędne punktów zarysu są wyrażone przez kąt obrotu krzywki, a więc jest to okoliczność korzystna z punktu widzenia sposobu obróbki krzywki. Jest to ważna zaleta otrzymanych rozwiązań.

Rozważony przypadek popychacza wahliwo-rolkowego jest bardziej ogólny od przypadku popychacza o ruchu postępowym z elementem kontaktowym rolkowym, płaskim lub zaostrowym.

Jeśli chodzi o możliwe efekty techniczne sformułowanego i rozwiązane zagadnienia to należy zauważyć, że proponowaną metodą można osiągnąć wyrównoważenie momentu obrotowego na wybranym wale maszyny, jeśli tylko przebieg wyrównoważonego momentu nie

zawiera nieciągłości pierwszego rodzaju. Oznacza to, że sposób nie może być stosowany w zasadzie tylko w tych przypadkach, gdy w układzie moment jest generowany siłami uderzeniowymi lub impulsowymi o małym czasie trwania impulsu.

Konieczność badań teoretycznych nad zagadnieniami wyrównowania zmiennych obciążeń wynika z faktu, że ze strony techniki istnieje zapotrzebowanie na stosowanie urządzeń wyrównowujących.

W zakończeniu należy stwierdzić, że praca zawiera tylko pewien etap rozwiązania dla pewnego przypadku szczególnego. Poruszony temat wyrównowania obciążeń technologicznych jest obszerny - dotyczy zarówno momentów obrotowych, sił działających na człony poruszające się ruchem postępowym, jak również wyrównowanie typu moment-siła równoważąca. Tak samo obszerna jest klasa mechanizmów krzywkowych, które mogą być wykorzystane do realizacji takich celów. Tutaj przypadki szczególne obejmują różne skojarzenia krzywek z popychaczami o alternatywnych kształtach. Jak z przytoczonego szkicu wynika temat jest otwarty i wymaga dalszych badań.

LITERATURA

- [1] Barkan P., Mc Garrity R.V., A springactuated camfollower system design theory and experimental results, Transaction American Society of Mechanical Engineers 1965, B, 87, Nr 3
- [2] Bloom D., The dual cam mechanism, Journal Mechanisms 1970, 5, nr 1
- [3] Bottema O.A., A construction for the velocity and acceleration of the follower of a cam, Journal Mechanisms 1966, 1, nr 3
- [4] Buchsbaum F., Freudenstein F., On a class of cam-type angular-motion compensators, Transaction American Society of Mechanical Engineers 1973, 95 Nr 2
- [5] Gutowski R., Mechanika analityczna, Warszawa 1971

- [6] Kożeśnik J., Dynamika maszyn, Warszawa 1963
- [7] Olędzki A., Mechanizmy krzywkowe, Warszawa 1966
- [8] Whittaker E.T., Dynamika analityczna, Warszawa 1959

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ СИЛОВОГО СИНТЕЗА КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ НА
ОСНОВЕ ПРОБЛЕМЫ СБАЛАНСИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ
НАГРУЗОЧНЫХ ХОДОВ

Содержание

В этой статье обсуждено проблему сосредоточения и сбалансирования квазистатических силовых нагрузок и моментных кулачковых механизмов.

Представлено здесь теоретическое решение одного особого случая сбалансирования технических нагрузок, которые касаются как вращательных моментов, так и действующих сил на звенья движущиеся поступательно, а также сбалансирования типа момент - уравновешивающая сила.

SOME ASPECTS OF FORCE SYNTHESIS IN CAM MECHANISMS AGAINST
A BACKGROUND OF THE PROBLEM OF EQUILIBRIUM IN NON-STATIONARY
QUASISTATICAL LOAD COURSES

Summary

The work deals with a problem of average and equilibrant in quasistatistical power load and momental cam mechanisms. A theoretical solution is presented concerning a case of a particular case of equilibrium in technological loads concerning both the torque and the forces effecting the links moving by translation and the equilibrium of moment-equilibrant of forces model.