

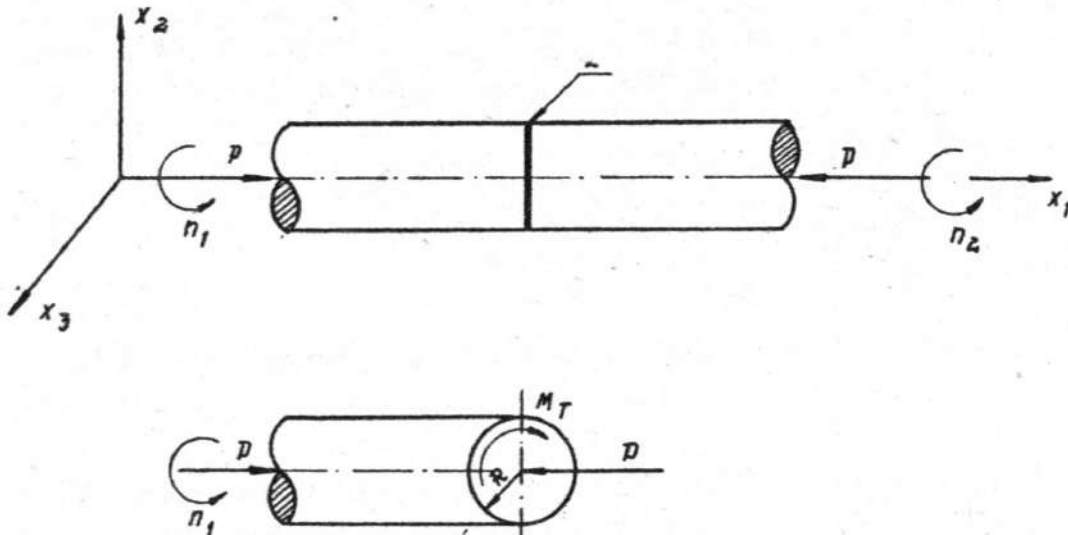
WALENTY DUDZIAK
PAN Poznań
EWARYST GRODZKI
WSP Bydgoszcz

POLE TEMPERATURY I KONCENTRACJI W CYLINDRYCZNYM PRĘCIE WYWO-
ŁANE ZGRZEWANIEM TARCIOWYM

Zgrzewanie tarciove jest jedną z najnowocześniejszych technologii łączenia metali. Wykorzystuje ona jako źródło ciepła tarcie powierzchniowe obracających się elementów zgrzewanych dociskanych osiowo do siebie. Technologia ta umożliwia modernizację wielu procesów eliminując skomplikowane odlewy i odkówki, znaczne naddatki na obróbkę skrawaniem, pozwala na zastosowanie elementów dwu lub wielometalowych, zmniejsza zużycie energii elektrycznej w porównaniu z metodami tradycyjnymi. Powszechne zastosowanie tej metody łączenia metali może dać gospodarce narodowej znaczne efekty ekonomiczne poprzez oszczędności materiałów, energii elektrycznej oraz dużą wydajność produkcyjną.

Schemat kinematyczny zgrzewania tarciovego jest przedstawiony na rys. 1. Na powierzchni styku elementów wytwarza się wysoka temperatura umożliwiająca połączenia się prętów, jednocześnie powoduje ona powstanie w złącze materiału o nowych własnościach fizycznych i metalurgicznych.

Zachodzący proces zgrzewania wywołuje w prętach zmianę rozkładu temperatury, koncentracji i pewne deformacje pręta.



Rys. 1. Schemat kinematyczny zgrzewania tarcowego

W niniejszej pracy ograniczymy się do zbadania wzajemnego oddziaływania efektów termicznych i dyfuzyjnych w łączonych prętach. Przedmiotem tej pracy będzie teoretyczne ustalenie przebiegu zmian temperatury i koncentracji w złączy oraz ich wpływu na własności mechaniczne. Dotychczasowe prace teoretyczne na temat zgrzewania tarcowego ograniczały się do opisu jednego efektu a mianowicie propagacji ciepła [5]. Liczne doświadczenia wykazują, że teoria odbiega zasadniczo od praktyki, ponieważ wiele istotnych czynników /zmiany struktury, koncentracji, odkształcenia/ zostało pominiętych. W celu uwzględnienia tych efektów postuluje się stosowanie bardziej ogólnego modelu matematycznego zaproponowanego przez Podstrigacza [3] i W. Nowackiego [2] w postaci

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \partial_i \epsilon_{kk} + X_i = \xi \partial_t u_i + \eta \partial_i T + \gamma \partial_i c$$

$$(\nabla^2 - \frac{1}{\alpha_1} \partial_t) T - \beta_0 \partial_t \epsilon_{kk} + \alpha_0 \partial_t c = - Q \quad ,$$

$$11) (\nabla^2 - \frac{1}{\alpha_2} \partial_t) c + \beta_0 \nabla^2 T + \epsilon_0 \nabla^2 \epsilon_{kk} = - G \quad ,$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \quad , \quad \partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \quad , \quad \partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$$

gdzie:

- U_i - współrzędne wektora przemieszczenia,
- $\epsilon_{\kappa\kappa}$ - dylatacja tensora odkształcenia,
- X_i - siły masowe,
- T - temperatura ciała,
- C - koncentracja ciała,
- Q - intensywność działania źródeł ciepła,
- \mathcal{Q} - intensywność działania źródeł dyfuzji,
- μ, λ - stałe sprężystości,
- κ_1, κ_2 - współczynniki przewodności cieplnej i dyfuzyjnej,
- ρ - gęstość ośrodka,
- α_T, α_c - liniowe współczynniki rozszerzalności cieplnej i dyfuzyjnej,
- $\gamma_0; \alpha_0; \beta_0; \epsilon_0$ - stałe materiałowe zależne od własności fizykochemicznych ciał łączonych.

Układ równań /1/ jest bardzo złożonym układem równań paraboliczno-hyperbolicznych. W naszych rozważaniach skoncentrujemy się na zgrzewaniu cylindrycznym długich prętów o promieniu zewnętrznym R wykonanych z różnych stali węglowych konstrukcyjnych 10 oraz 40. Pominiemy oddziaływanie pola odkształceń, ograniczając się do wzajemnego sprzężenia pól temperatury i koncentracji. Równania /1/ dla zagadnienia osiowosymetrycznego wyrażą się wzorami:

$$12/ \quad \left(\nabla^2 - \frac{1}{\kappa_1} \partial_t \right) T + \alpha_0 \partial_t C = 0 \quad ,$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\kappa_2} \partial_t \right) C + \beta_0 \nabla^2 T = 0 \quad , \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Rozważania nasze rozpoczniemy od momentu odjęcia od prętów sił dociskających, ponieważ w tej chwili ukształtowana została zewnętrzna forma złącza. Następnie z płaszczyzny złą-

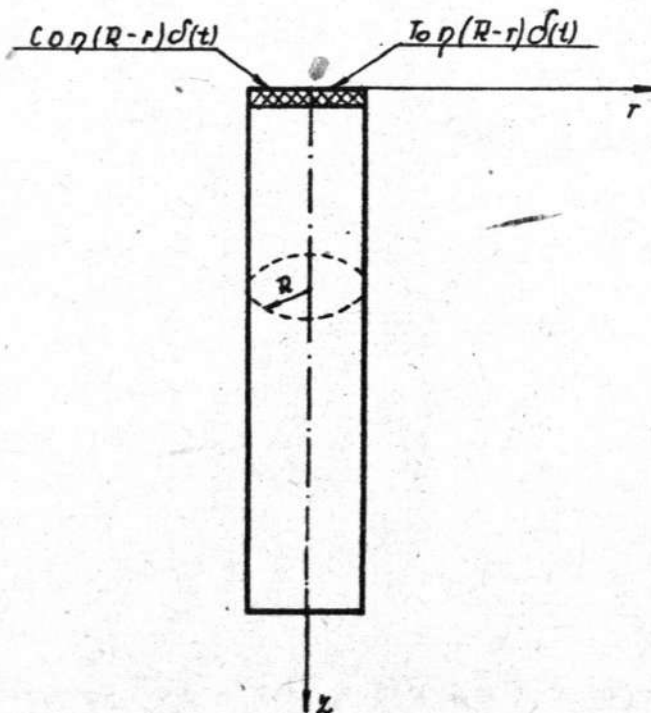
cza nastąpi przepływ ciepła i masy w głąb prętów. Ze względu na symetryczne położenie prętów względem płaszczyzny złącza zajmiemy się badaniem jednego pręta /rys. 2/.

Warunki początkowe i brzegowe przyjmiemy w postaci:

$$13/ \quad T(r, z, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad C(r, z, t) \Big|_{t=0} = 0,$$

$$14/ \quad T(r, z, t) \Big|_{z=0} = T_0 \rho(R-r) \delta(t), \quad C(r, z, t) \Big|_{z=0} = C_0 \rho(R-r) \delta(t),$$

$$15/ \quad T(r, z, t) \Big|_{\substack{z \rightarrow \infty \\ t \rightarrow \infty}} \rightarrow 0, \quad C(r, z, t) \Big|_{\substack{z \rightarrow \infty \\ t \rightarrow \infty}} \rightarrow 0.$$



Rys. 2. Sformułowanie ideowe obliczeń problemu

Równanie różniczkowe /2/ rozwiążemy przy pomocy całkowych transformacji Laplace'a i Hankala. Rozprężenie równań /2/ prowadzi do związków:

$$/6/ \quad (\nabla^2 - \lambda_1^2 \rho)(\nabla^2 - \lambda_2^2 \rho) T(r, z, t) = 0 \quad ,$$

$$/7/ \quad C(r, z, t) = \frac{1}{\alpha_0 \rho} (\nabla^2 - \frac{\rho}{\kappa_1}) T(r, z, t) \quad ,$$

gdzie

$$\left. \begin{matrix} \lambda_1^2 \\ \lambda_2^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} + \alpha_0 \beta_0 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\kappa_1} - \frac{1}{\kappa_2} + \alpha_0 \beta_0 \right)^2 + \frac{4\alpha_0 \beta_0}{\kappa_2}} \right] \quad .$$

Rozwiązanie równań /6/ i /7/ przy uwzględnieniu warunków /3/ - /5/ otrzymano w postaci:

$$/8/ \quad T(r, z, t) = \frac{R}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \int_0^\infty \left[A_1 e^{-\alpha_1 z} - A_2 e^{-\alpha_2 z} \right] J_1(\alpha R) J_0(\alpha r) d\alpha \quad ,$$

$$/9/ \quad C(r, z, t) = \frac{R}{\alpha_0 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \int_0^\infty \left[A_1 \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\kappa_1} \right) e^{-\alpha_1 z} - A_2 \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\kappa_1} \right) e^{-\alpha_2 z} \right] J_1(\alpha R) J_0(\alpha r) d\alpha \quad ,$$

przy czym

$$A_1 = C_0 \alpha_0 - T_0 \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\kappa_1} \right) \quad , \quad A_2 = C_0 \alpha_0 - T_0 \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\kappa_1} \right) \quad ,$$

$$\alpha_1 = (\alpha^2 + \lambda_1^2 \rho)^{1/2} \quad , \quad \alpha_2 = (\alpha^2 + \lambda_2^2 \rho)^{1/2} \quad .$$

Po wykonaniu przepisane go całkowania oraz odwróceniu transformat Laplace'ego ostatecznie otrzymano wzory określające rozkład temperatury i koncentracji w płęcie w postaci:

$$T(\tau, z, t) = \frac{R^2 z}{8\sqrt{\pi t^3}(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!(m+1)} \left(-\frac{R^2}{4t}\right)^m F(-m, -1-m; 1; \frac{\tau}{R^2}) \times \\ \times \left[\lambda_1^{2m+3} A_1 e^{-\frac{\lambda_1^2 z^2}{4t}} - \lambda_2^{2m+3} A_2 e^{-\frac{\lambda_2^2 z^2}{4t}} \right] ;$$

$$/11/ \quad C(\tau, z, t) = \frac{R^2 z}{8\alpha_0 \sqrt{\pi t^3}(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!(m+1)} \left(-\frac{R^2}{4t}\right)^m F(-m, -1-m; 1; \frac{\tau}{R^2}) \times \\ \times \left[\lambda_1^{2m+3} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right) A_1 e^{-\frac{\lambda_1^2 z^2}{4t}} - \lambda_2^{2m+3} \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_2}\right) A_2 e^{-\frac{\lambda_2^2 z^2}{4t}} \right] ;$$

gdzie: $F(\alpha; \beta; \gamma; x)$ jest funkcją hipergeometryczną.

Dla zilustrowania otrzymanych rozwiązań wykonano przykład liczbowy oraz obliczenia numeryczne. Założono, że pręty są wykonane ze stali o następujących składach chemicznych [6]

Rodzaj stali	C	Mn	Si	P _{max}	S _{max}
stal 10	0,08	0,6	0,17-0,37	0,04	0,04
stal 40	0,42	0,6	0,17-0,37	0,04	0,04

W wyniku procesu zgrzewania tarcowego nastąpi dyfuzja węgla ze stali 40 do stali 10. oraz oczywiste ogrzanie się obydwu elementów. Wykorzystując własności mechaniczne i fizyko-chemiczne prętów obliczono wartości współczynników występujących w równaniach [2]. Potrzebne wielkości przyjęto na podstawie prac [1], [6], [7].

W rezultacie analogicznych obliczeń jak w pracy [8] otrzymano:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 0,056 && [\text{cm}^2/\text{s}], \\ \kappa_2 &= 0,22845 \cdot 10^{-8} && [\text{cm}^2/\text{s}], \\ \alpha_0 &= 4,62217 \cdot 10^2 && [\text{cm s deg/g}], \end{aligned}$$

$$\beta_0 = 7,979181 \cdot 10^{-5} \quad [\text{g/cm}^3 \text{ deg}] ,$$

$$\lambda_1^2 = 4,3773254545 \cdot 10^8 \quad [\text{s/cm}^2] ,$$

$$\lambda_2^2 = 17,83 \quad [\text{s/cm}^2] ,$$

$$c_0 = 4,2 \cdot 10^{-3} \quad [\text{g/cm}^3] ,$$

$$T_0 = 950 \quad [\text{deg}] ,$$

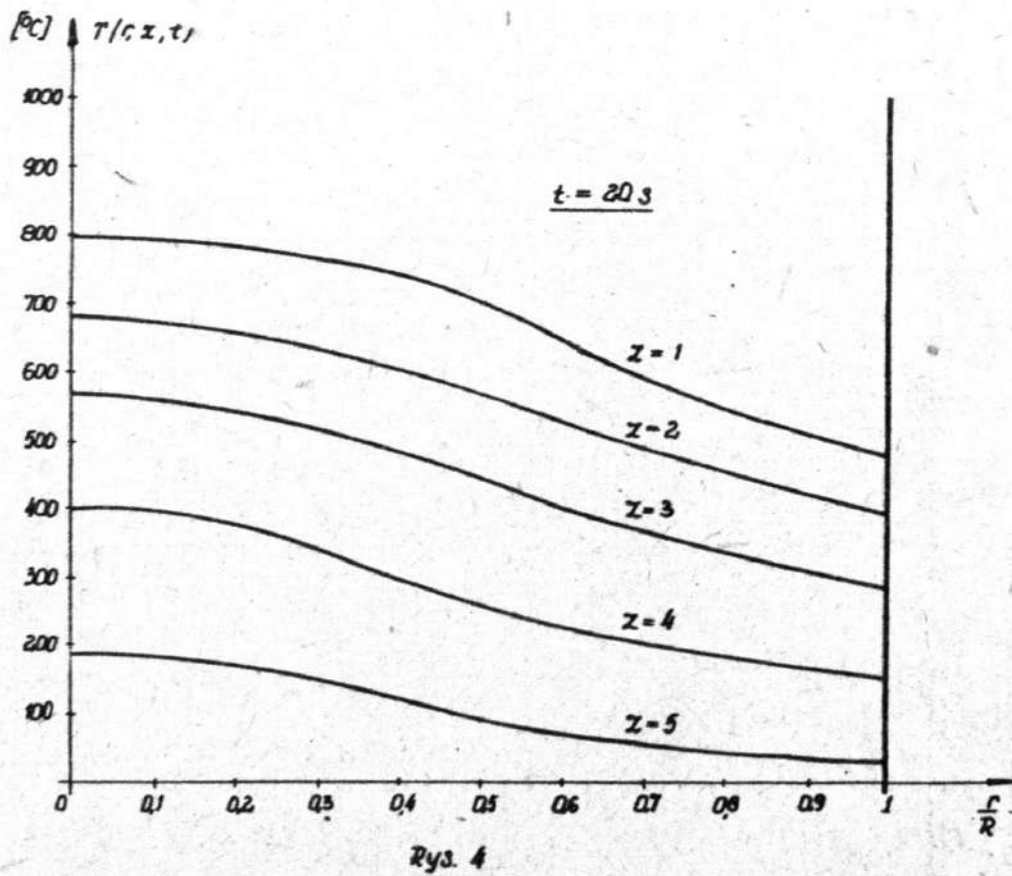
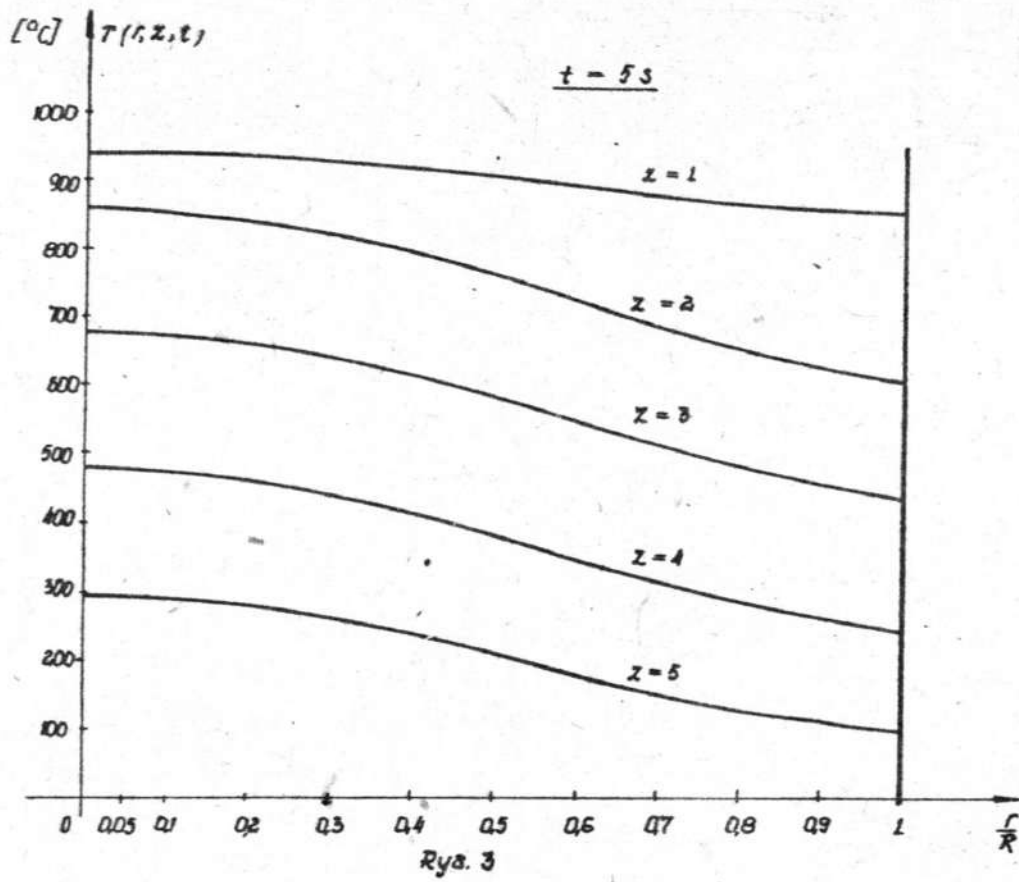
Do obliczeń numerycznych wykorzystano przedstawienie funkcji hipergeometrycznej w postaci szeregu [4]

$$/12/ \quad F(\alpha, \beta; \gamma; x) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma \cdot 1} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1) \cdot 2} x^2 + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots$$

W oparciu o powyższe dane przeprowadzono obliczenia numeryczne, których wyniki ilustrują wykresy. Przyjęto, że temperatura i koncentracja będzie w funkcji zmiennej r/R w 5 płaszczyznach odległych od początku układu współrzędnych o wielkości $z = 1, 2, \dots, 5$.

Obliczenia przeprowadzono dla wybranych czasów, tak dobranych, aby uwidaczniały istotę zmian temperatury i koncentracji.

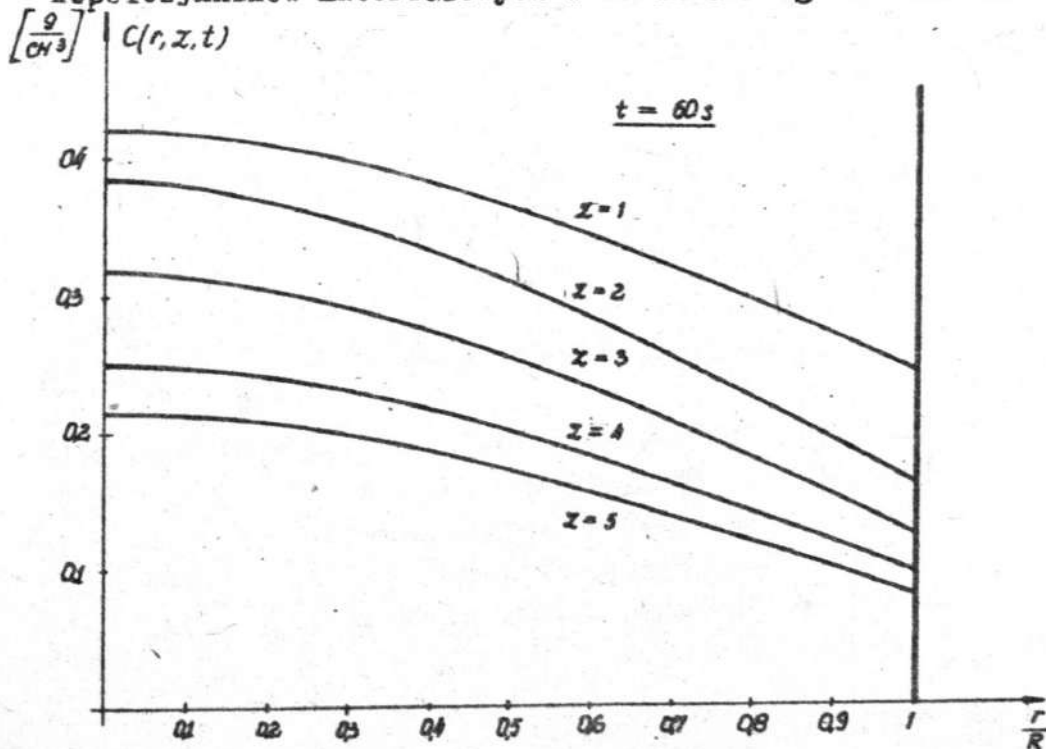
Na rys. 3 i 4 przedstawiono rozkład temperatury w pręcie w chwili $t = 5$ s oraz $t = 20$ s. Charakterystycznym dla obu wykresów jest wyższa temperatura w środku pręta /przy $r \rightarrow 0$ /. Spadek temperatury następuje w kierunku brzegu pręta. Efekt ten jest oczywisty i zgodny z doświadczeniem, ponieważ na brzegu /dla $(r/R) = 1$ / następuje wymiana ciepła z otoczeniem poprzez pobocznice pręta. Drugim wnioskiem wypływającym z obu wykresów jest obniżenie się temperatury w całym pręcie wraz z upływem czasu. Również ten wynik potwierdza rzeczywistość, a jest on spowodowany przyjęciem chwilowego warunku brzegowego w płaszczyźnie $z = 0$.



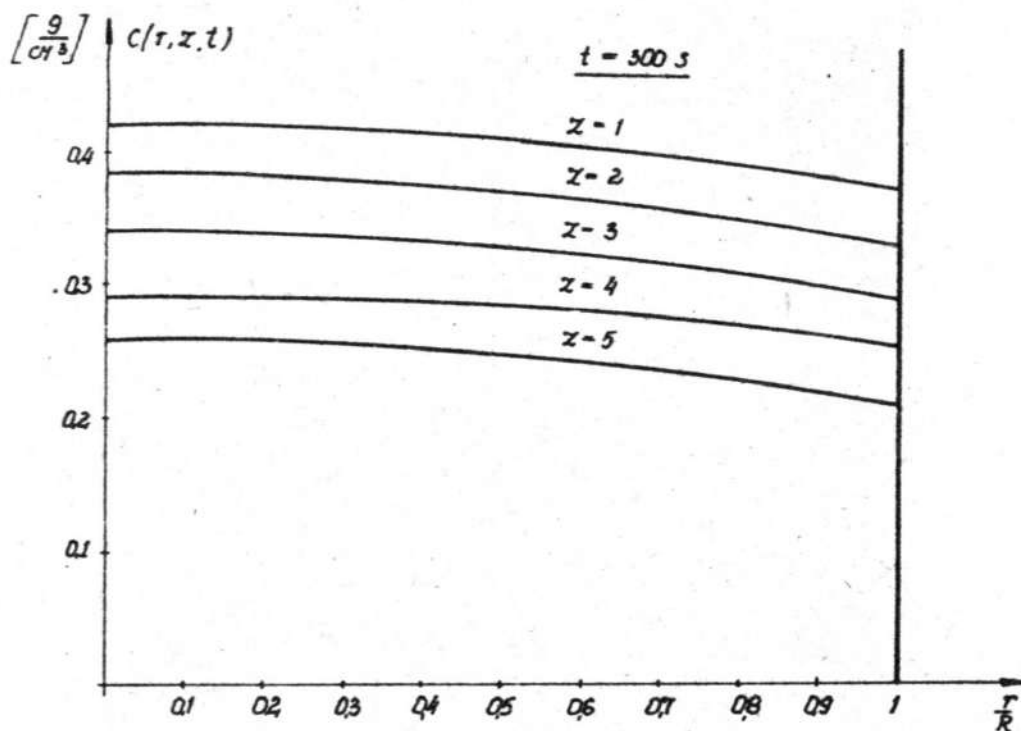
Zmianę koncentracji węgla w zgrzewanym złączu przedstawiają wykresy 5 i 6. Zostały one wykonane w analogiczny sposób jak dla temperatury z tą różnicą, że dla czasów $t = 60$ s, oraz $t = 300$ s. Również zmiany koncentracji następują szybciej w pobliżu środka pręta jednak z upływem czasu koncentracja wzrasta we wszystkich badanych płaszczyznach i stopniowo dąży do wyrównania w całym przekroju.

Istotną różnicą w porównaniu z temperaturą jest znacznie wolniejszy przebieg procesu dyfuzyjnego oraz wzrost koncentracji z upływem czasu. Uzyskane rezultaty znajdują potwierdzenie w doświadczeniach [9].

Przeprowadzone w pracy obliczenia stanowią pierwszą próbę matematycznego opisu procesu zgrzewania tarcowego z uwzględnieniem więcej niż jednego efektu fizycznego. Utrzymane rozwiązania są zamknięte i umożliwiają konfrontację z doświadczalnictwem. Niniejsza praca nie wyczerpuje absolutnie problemu a jest tylko wstępem do dalszych badań, które zdaniem autorów winny pójść w dwóch niezależnych kierunkach. Pierwszy - teoretyczny powinien uwzględnić deformację prętów, natomiast drugi doświadczalny powinien skoncentrować się nad pomiarami współczynników materiałowych w warunkach zgrzewania tarcowego.



Rys. 5



Rys. 6

LITERATURA:

- [1] St. Mrowiec: Defekty struktury i dyfuzja atomów w kryształach jonowych, PWN, Warszawa 1974
- [2] W. Nowacki: Certain Problems of Thermodiffusion in Solids, Archives of Mechanics, 1971
- [3] J. S. Podstrigacz: Differencjalni równania zadaczi termodyfuzji w twierdomu deformowanemu izotropnomu tili, DAN URSR, nr 2, 1961
- [4] J. M. Ryżyk; I. S. Gradsztejn, Tablicy integralow, sum, rjadow i proizwiedienij, Izdat. Nauka, Moskwa 1971
- [5] L. A. Sztiernin, O rasczecie tiempieraturnych polej pri swarke trieniem, Swarocznoje Proizwodstwo, nr 3, 1966
- [6] Ch. A. Wert; R. M. Thomson, Fizyka ciała stałego, PWN, 1974

- [7] Poradnik Inżyniera Mechanika, t. 1, WNT, Warszawa 1968
- [8] W. Dudziak; Z. Sobczyńska, Wpływ sprężenia zjawisk termicznych i dyfuzji na koncentrację czynnika dyfundującego w przypadku działania chwilowego źródła dyfuzji w ośrodku sprężystym, Rozpr. Inżynier. nr 3, 1979
- [9] W. Seith, Diffusion in Metallen, Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1953

TEMPERATURE AND CONCENTRATION FIELDS IN A CYLINDRICAL
ROD CAUSED BY FRICTIONAL HEATING

Summary

The temperature and concentration distribution caused by frictional heating in cylindrical rods is determined. A mathematical model describing the frictional heating is proposed. Particular attention is drawn to the solution of a system of partial differential equations for the axisymmetrical problem. Material coefficients are calculated for the heating of constructional carbon steel rods, and numerical calculations are made. Graphs of temperature changes with respect to space and time illustrate the results obtained. Qualitatively, the results are in agreement with those in experiments and constitute a starting for further studies.

ПОЛЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ
СТЕРЖНЕ ВЫЗВАННОЕ СВАРКОЙ ДАВЛЕНИЕМ ПУТЁМ ТРЕНИЯ

Резюме

В работе определяется распределение температуры и концентрации, вызванное процессом сваркой давлением путём трения цилиндрических стержней. Предлагается математическую модель, описывающую процесс сварки давлением путём трения. Устанавливается особое решение системы дифференциальных уравнений в частных производных к осесимметрической проблеме. Подсчитываются величины материальных коэффициентов в случае сварки давлением стержней изготовленных из углеродистых сталей конструктивных и проводятся численные расчёты. Иллюстрацией полученных результатов являются термограммы в функции места и времени. Полученные результаты по качеству соответствуют результатам экспериментальных работ и являются исходным пунктом к дальнейшим исследованиям.