

ALGORYTMY MODELOWANIA KOMPUTEROWEGO MIEJSKICH SIECI KANALIZACYJNYCH

Lucyna Bogdan, Grażyna Petriczek, Jan Studziński

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
ul. Nowelska 6, 01-447 Warszawa

Streszczenie: W pracy przedstawiono podstawowe zagadnienia związane z modelowaniem sieci kanalizacyjnej. Modelowanie sieci kanalizacyjnej jest częścią zintegrowanego systemu informatycznego do kompleksowego zarządzania miejskim przedsiębiorstwem wodociągowo kanalizacyjnym. Przedstawiono metody modelowania zarówno odcinków sieci, jak i całej sieci. Zadaniem algorytmu jest (dla zadanej sieci oraz ustalonych natężeń dopływów ścieków): określenie wysokości napelnień ściekami i ustalenie prędkości przepływu. Zakłada się, że znane są prognozowane wartości ścieków. Rozpatrywane metody obliczeń hydraulicznych dotyczą sytuacji sieci sanitarnej lub ogólnospławnej, rozgałęzionej, podzielonej węzłami na segmenty. Sieć jest grawitacyjna. Węzłami są punkty, w których następuje: połączenie kilku segmentów lub gałęzi sieci, zmiana parametrów sieci lub dopływ ścieków do sieci (studzienka, wpusty deszczowe, studzienka połączeniowa). Przyjęto, że segmenty charakteryzują się stałymi parametrami hydraulicznymi, takimi jak: kształt, wymiar kanału, spadek dna oraz szorstkość. Dopływ ścieków odbywa się punktowo w węzłach sieci. Ze względu na przyjęte założenia wszystkie zależności dotyczą stanu ustalonego.

Słowa kluczowe: Model hydrauliczny sieci kanalizacyjnej, sieci kanalizacyjne sanitarne i ogólnospławne, stany ustalone pracy sieci kanalizacyjnej.

Algorithms of computer aided modelling of wastewater networks

Abstract: In the paper some problems concerning the hydraulic modeling of the wastewater networks are presented. The wastewater net modeling is a part of the integrated IT system for complex management of communal waterworks that is under development at the Systems Research Institute of Polish Academy of Sciences. The hydraulic calculations described concern the sanitary and mixed water networks of gravitational kind.

Keywords: Hydraulic model of wastewater network, sanitary and mixed wastewater nets, established states of wastewater net operation.

1. WSTĘP

Model hydrauliczny sieci kanalizacyjnej staje się ostatnio niezbędnym narzędziem informatycznym wykorzystywanym przy projektowaniu sieci, umożliwiając, za pomocą obliczeń symulacyjnych, weryfikację poprawności tworzonych projektów. Jest to szczególnie ważne przy realizacji takich zadań, jak optymalizacja pracy sieci kanalizacyjnej, jej rozbudowa czy planowanie prac rewitalizacyjnych.

Przedstawione poniżej metody obliczeń hydraulicznych dotyczą sytuacji sieci sanitarnej lub ogólnospławnej, rozgałęzionej, podzielonej węzłami na segmenty. Węzłami są punkty, w których następuje: połączenie kilku segmentów lub gałęzi sieci, zmiana parametrów sieci lub dopływ ścieków do sieci (studzienka, wpusty deszczowe, studzienka połączeniowa). W węzłach połączeniowych spełnione są równania bilansu przepływów oraz warunków zgodności poziomów zwierciadła ścieków. Przyjęto, że segmenty charakteryzują się stałymi parametrami hydraulicznymi, takimi jak: kształt, wymiar kanału, spadek dna oraz szorstkość. Dopływ ścieków odbywa się punktowo w węzłach sieci. Ze względu na

przyjęte założenia wszystkie zależności dotyczą stanu ustalonego.⁴

2. PODSTAWOWE PROBLEMY

Projektowanie lub analiza sieci kanalizacyjnych związane są z następującymi zadaniami:

1. Analiza hydrauliczna sieci o znanych przekrojach i spadkach kanałów. Problem sprowadza się do obliczenia wysokości napełnień kanałów oraz prędkości przepływów w zależności od wartości natężenia przepływów ścieków. Obliczenia przeprowadza się dla poszczególnych odcinków sieci między węzłami na podstawie wcześniej określonych wartości przepływów w węzłach sieci.
2. Projektowanie nowych odcinków sieci. Dotyczy to sytuacji, w której do istniejącej już sieci należy dołączyć nowe odcinki kanalizacyjne. Problem sprowadza się do wyboru średnic nowych kanałów oraz obliczenia spadków dna kanałów. Zakładamy, że znane są prognozowane wartości dopływu ścieków.

3. PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI HYDRAULICZNE W SIECI

Średnią prędkość przepływu ścieków w poprzecznym przekroju kanału można obliczyć przy pomocy wzoru Manninga w postaci:

$$v = K \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot J_E^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$R_h = \frac{A_h}{U_h} \quad A_h = f(H), \quad U_h = g(H)$$

gdzie:

v – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s],

K – współczynnik Manninga [$m^{1/3} s^{-1}$], $K = \frac{1}{n}$,

n – współczynnik szorstkości [$s/m^{1/3}$],

R_h – promień hydrauliczny [m],

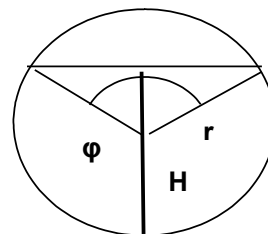
J_E – spadek dna kanału,

A_h – pole powierzchni przekroju czynnego [m^2],

U_h – obwód zwilżony [m].

Zależności między wielkościami w kanale o przekroju kołowym mają postać przedstawioną na rys. 1. Przedstawione tam symbole oznaczają:

H – wysokość napełnienia kanału,
 d – średnica kanału.



Rysunek 1. Zależności między wielkościami w kanale o przekroju kołowym.

Przy tym:

Dla $H \leq 0.5d$:

$$A = \frac{d^2}{8} \cdot (\varphi - \sin \varphi) \quad (2a)$$

$$\varphi = 2 \cdot \arccos\left(1 - 2 \cdot \frac{H}{d}\right) \quad (2b)$$

$$R = \frac{1}{4} d \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi}\right) \quad (2c)$$

Dla $H > 0.5d$:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{d^2}{8} \cdot (\varphi - \sin \varphi) \quad (3a)$$

$$\varphi = 2 \cdot \arccos\left(2 \cdot \frac{H}{d} - 1\right) \quad (3b)$$

$$R = \frac{d}{4} - \frac{d}{8} \cdot \frac{\sin \varphi}{\pi - 0.5\varphi} \quad (3c)$$

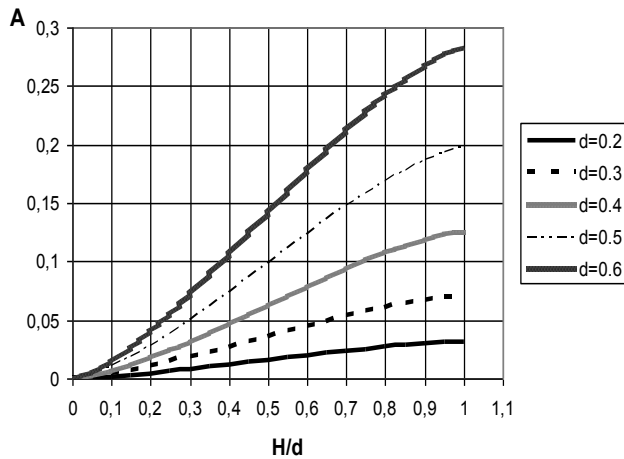
Z powyższych wzorów wynika, że dla kanałów o przekroju kołowym zarówno pole powierzchni przekroju czynnego A , jak i promień hydrauliczny R zależą od wysokości napełnienia kanału H (przy znanych średnicach). Z kolei ze wzoru Manninga wynika, że prędkość przepływu ścieków (przy zadanych parametrach kanału, takich jak spadek dna kanału J_E oraz średnica d) także zależy od wysokości napełnienia kanału H .

W celu zobrazowania istoty tych zależności, wprowadzimy pojęcie stopnia wypełnienia kanału jako stosunek wysokości napełnienia H do średnicy d – H/d .

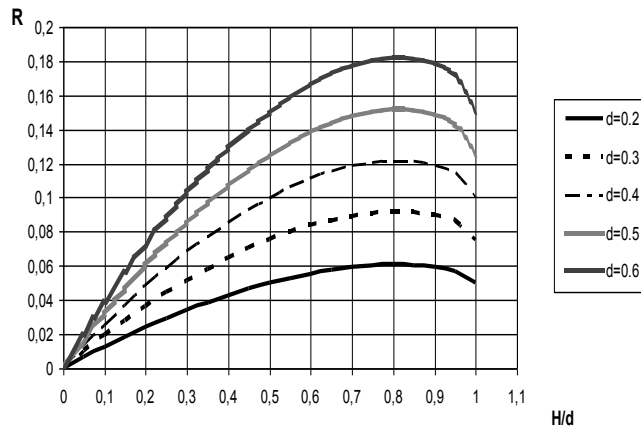
Na zamieszczonych niżej wykresach (rys.2, rys.3) przedstawiono zależności pola przekroju czynnego A oraz promienia hydraulicznego R od stopnia napełnienia H/d dla

⁴ Praca wykonana w ramach realizacji projektu badawczego NCN Nr N N519 6521 40.

różnych wartości średnic. Z analizy tych wykresów wynika, że pole przekroju A monotonicznie rośnie wraz ze wzrostem stopnia napełnienia i im większa wartość średnicy, tym szybciej rośnie A i przyjmuje większe wartości. Największa wartość pola przekroju czynnego występuje przy całkowitym wypełnieniu kanału i wynosi $\pi d^2/4$.



Rysunek 2. Zależności pola przekroju poprzecznego A od stopnia napełnienia kanału dla różnych wartości średnic.



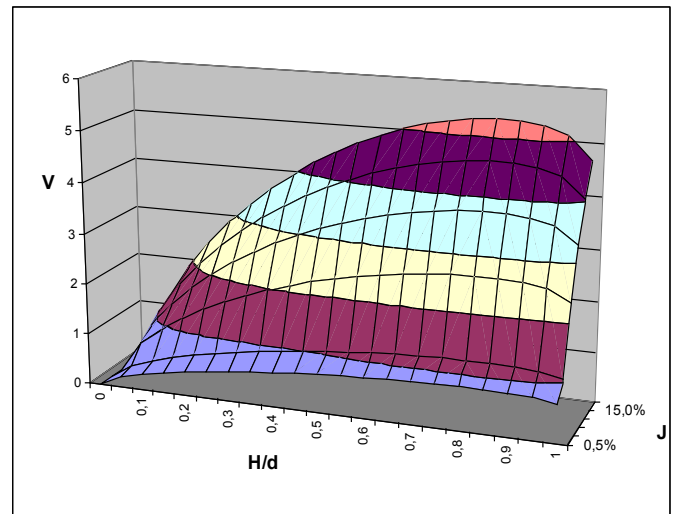
Rysunek 3. Zależności promienia hydraulicznego R od stopnia napełnienia kanału dla różnych wartości średnic.

Natomiast wartość promienia hydraulicznego R rośnie od zera, maksimum osiąga przy napełnieniu równym 81,3% i dalej maleje do wartości, jak przy połowie wysokości

przewodu. Zarówno przy pełnym wypełnieniu, jak i dla połowy napełnienia wartość promienia, wynosi $d/4$. Większe wartości średnic zwiększają wartości promienia hydraulicznego, nie mają natomiast wpływu na kształt wykresu.

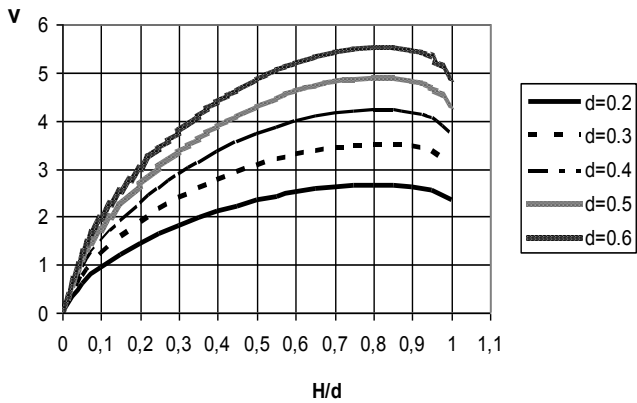
Prędkość przepływu ścieków zależy zarówno od parametrów kanału (średnica, spadek dna kanału, współczynnik szorstkości), jak i od stopnia napełnienia kanału.

Zakładając, że najbardziej znaczącym parametrem geometrii kanału jest spadek dna kanału, można przedstawić przestrzenną zależność prędkości od spadku kanału J oraz od stopnia napełnienia H/d . Na wykresie na rys. 4 przyjęto, że wartości spadku kanału J wynoszą odpowiednio: 0,5%, 1%, 4%, 6%, 8%, 10%.



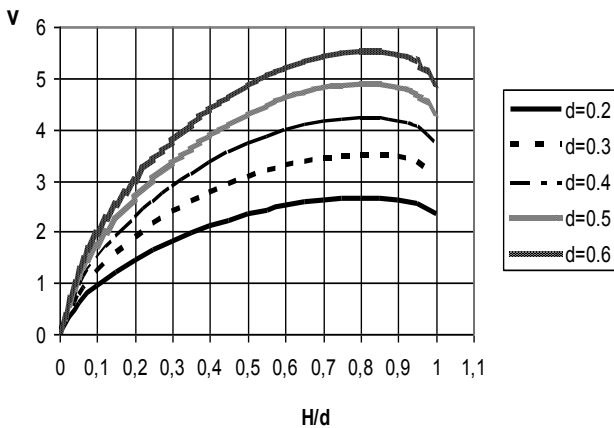
Rysunek 4. Wykres zależności prędkości przepływu v od stopnia napełnienia kanału oraz spadku dna kanału J dla współczynnika szorstkości $n = 0,013$ oraz średnicy $= 0,6$.

Zmiana średnicy nie powoduje zmiany kształtu wykresu. Tworząc przekroje wykresu z rys. 4 płaszczyznami $J = \text{const}$, otrzymujemy nowy wykres (rys. 5) dla różnych wartości średnic, który przedstawia przebieg zależności prędkości od stopnia napełnienia kanału. Z wykresu na rys. 5 wynika, że prędkość przepływu ścieków v rośnie od zera, maksimum osiąga przy wypełnieniu równym 81,3% i dalej maleje do wartości, jak przy połowie wysokości przewodu. Większe wartości średnic zwiększają tylko wartości prędkości, nie mają natomiast wpływu na kształt krzywej przedstawiającej zależność prędkości od napełnienia.



Rysunek 5. Zależności prędkości przepływu v od stopnia napełnienia kanału dla współczynnika szorstkości $n = 0,013$ oraz wartości spadku $J = 5\%$ dla różnych wartości średnic.

Łatwo można zauważyć, że funkcja opisująca zależność prędkości od stopnia napełnienia ma podobny kształt, jak funkcja opisująca promień hydrauliczny R . Przekrój wykresu powierzchniowego przedstawionego na rys.4 płaszczyzną $H/d = \text{const}$ przedstawia rys.6.

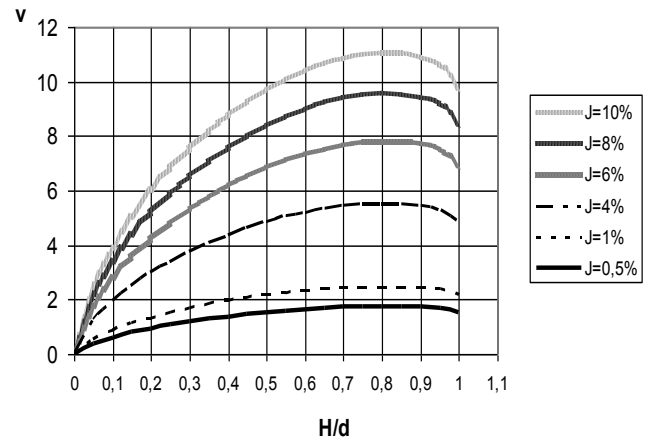


Rysunek 6. Wykres zależności prędkości przepływu v od spadku dna kanału dla zadanego stopnia napełnienia.

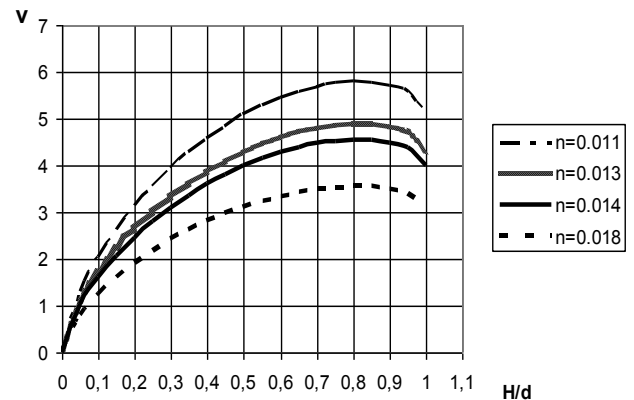
Z wykresu na rys. 6 wynika, że prędkość przepływu monotonicznie rośnie w zależności od wielkości spadku J , przy zadanym stopniu napełnienia.

Wykresy zależności prędkości przepływu v od stopnia napełnienia kanału dla różnych wartości spadku dna kanału J oraz współczynnika szorstkości n przedstawiono na rysunkach 7 i 8.

Z wykresów tych wynika, że prędkość przepływu ścieków v rośnie od zera, maksimum osiąga przy wypełnieniu równym 81,3% i dalej maleje do wartości, jak przy połowie wysokości przewodu. Większe wartości spadków kanału zwiększają tylko wartości prędkości, natomiast większe wartości współczynnika szorstkości zmniejszają wartości prędkości. Oba parametry nie mają natomiast wpływu na kształt krzywej przedstawiającej zależność prędkości od napełnienia.



Rysunek 7. Zależności prędkości przepływu v od stopnia napełnienia kanału dla współczynnika szorstkości $n = 0,013$ oraz średnicy $d = 0.6$ dla różnych wartości spadku J .



Rysunek 8. Zależności prędkości przepływu v od stopnia napełnienia kanału dla średnicy $d = 0.6$ wartości spadku $J = 5\%$ dla różnych wartości współczynnika szorstkości n .

4. SCHEMAT OBLICZEŃ WYSOKOŚCI NAPEŁNIEŃ KANAŁÓW I PRĘDKOŚCI PRZEPLYWÓW

Przedstawione w pracy algorytmy obliczenia sieci kanalizacyjnej przeprowadzone są na podstawie następujących podstawowych danych:

- typ sieci – ogólnospławna, sanitarna,
- struktura sieci kanalizacyjnej – liczba odcinków, liczba i rodzaj węzłów,
- maksymalny dopływ ścieków do poszczególnych węzłów sieci,
- spadek dna kanału, wymiary kanału.

Zadaniem algorytmu jest (dla każdego odcinka sieci):

- wyznaczenie wysokości napełnień ściekami,
- ustalenie prędkości przepływu.

Poniżej przedstawimy podstawowe składowe algorytmy symulacyjnego obliczeń dla kanałów o przekroju kołowym.

Krok 1. Należy wczytać dane dotyczące struktury sieci, tzn.: liczbę węzłów LW, liczbę odcinków LO, zbiór węzłów $W = \{j\}$, zbiór odcinków $U = \{i\}$, zbiór średnic kanałów $\{d_i\}$, długości odcinków L_i , spadki dna dla poszczególnych odcinków J_i , $i = 1, \dots, LO$, chropowatość k_i i-tego odcinka.

Krok 2. Obliczyć natężenia dopływów ścieków do poszczególnych węzłów sieci.

Do danego odcinka sieci dopływają zarówno ścieki bytowo-gospodarcze i przemysłowe, jak i deszczowe. W zależności od rodzaju ścieków natężenie dopływających ścieków wyraża się różnymi zależnościami.

Dla ścieków bytowo-gospodarczych i przemysłowych rozważa się maksymalny godzinowy dopływ ścieków Q do danego odcinka i może być on wyrażony następującą zależnością:

$$Q_{h \max} = \frac{N_{h \max} M \cdot q_{sr}}{24} \quad (4)$$

gdzie:

M – liczba mieszkańców przypadająca na dany odcinek sieci,

q_{sr} – średni jednostkowy odpływ ścieków zależny od wielkości jednostki osadniczej,

$N_{h \max}$ – współczynnik nierównomierności dobowej.
Dla ścieków opadowych dopływ może być wyrażony:

$$Q = q_d \cdot \psi \cdot F \cdot \varphi \quad (5)$$

gdzie:

$$\psi = M \cdot q^{0.567} \cdot t_d^{0.228}$$

gdzie:

q – natężenie deszczu (dm^3/h),

t_d – czas trwania deszczu (min),

M – współczynnik charakteryzujący zlewnię i warunki klimatyczne.

Krok 3. Dla ustalonych wartości natężeń przepływów Q_i w poszczególnych węzłach $i = 1, \dots, LO$ wyznaczyć dla odnośnych segmentów następujące wartości: napełnień H_i , promieni hydraulicznych R_h , średnich prędkości przepływów v_i .

1. Jak wynika ze wzorów Manninga, zarówno prędkość przepływu v , jak i natężenie przepływów Q zależą od promienia hydraulicznego R_h , który z kolei zależy od wysokości napełnienia H .

Przy obliczaniu spływów w sieciach kanalizacyjnych zazwyczaj mamy do czynienia z sytuacją, w której dla zadanych przepływów Q należy wyznaczyć wysokość napełnienia kanału H .

Ze wzoru Manninga na wielkość natężenia przepływu, uwzględniając geometrię przewodu, otrzymuje się następującą zależność:

$$J^{\frac{1}{2}} \cdot d^{\frac{8}{3}} \cdot (\pi - 0,5\varphi + 0,5\sin(\varphi))^{\frac{5}{3}} \cdot (\pi - 0,5\varphi)^{-\frac{2}{3}} - 4^{\frac{5}{3}} \cdot Q \cdot n = 0 \quad (6)$$

gdzie:

$$\varphi = 2 \cdot \arccos\left(2 \cdot \frac{H}{d} - 1\right)$$

Otrzymujemy równanie w postaci $f(H)=0$. Ze względu na postać zależności (6), do obliczenia napełnienia kanału stosuje się iteracyjną metodę Newtona.

2. Dla obliczonego napełnienia H obliczamy promień hydrauliczny R_h według wzoru:

$$R_h = \frac{A}{U} = \frac{\pi d - 0,5 \cdot d \cdot \varphi + 0,5 \cdot d \cdot \sin(\varphi)}{4 \cdot (\pi - 0,5 \cdot d \cdot \varphi)} \quad (7)$$

3. Obliczanie prędkości v według wzoru Manninga:

$$v = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} \cdot J^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

gdzie n – współczynnik szorstkości, lub według wzoru Colebrooka-White'a [3], [1]:

$$v = -2 \cdot \sqrt{8g \cdot R_h \cdot J} \cdot \log \left(\frac{k}{14,84 \cdot R_h} + \frac{2,51v}{4R_h \sqrt{8g \cdot R_h \cdot J}} \right) \quad (8b)$$

gdzie:

- v – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s],
- g – stała grawitacji [m^2/s],
- R_h – promień hydrauliczny [m],
- J – spadek hydrauliczny,
- k – współczynnik chropowatości bezwzględnej [m],
- v – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy [m^2/s].

Współczynnik chropowatości bezwzględnej k zastosowany we wzorze Colebrooka-White'a uwzględnia straty ciśnienia w zależności od materiału, z którego jest wykonany przewód, przerwy na połączeniach i osad powstający na wewnętrznej powierzchni przewodu poniżej poziomu przepływających ścieków.

Znając geometrię sieci kanalizacyjnej (kształt, wartości średnic, spadki dna kanału) oraz wartości dopływów ścieków Q , można obliczyć wysokości napełnień oraz prędkości przepływów dla każdego odcinka sieci.

Obliczenia są realizowane kolejno dla każdego odcinka sieci, zaczynając od położonego najdalej od wylotu sieci, a kończąc na obliczaniu odcinka najbliższego oczyszczalni ścieków.

Krok 4. W każdym węźle sieci oblicza się równania bilansu przepływów

$$\sum_{j \neq i} Q_j = 0.$$

Krok 5. Zmieniając dopływy ścieków do kanałów ponownie przelicza się całą sieć. Przy założeniu, że przepływy wzdłuż segmentów sieci są stałe, można

przeprowadzać symulację sieci dla zadanych odcinków czasu, np. godzinowym lub dobowym, i w ten sposób uwzględnić zmianę w czasie natężeń dopływów ścieków. Należy zauważyć, że w przedstawionym algorytmie analizowane zmienne, tzn. wysokość napełnienia, promień hydrauliczny i prędkość przepływu, zależą od natężeń dopływów ścieków. Przy ściekach pochodzących z opadów istotne jest uwzględnienie zmian natężenia dopływów i powtarzanie obliczeń zgodnie z częstotliwością tych zmian.

Przedstawiony algorytm może stanowić część całkowitego modelu obliczania sieci kanalizacyjnych.

5. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Algorytm przetestowano na przedstawionej niżej przykładowej sieci sanitarnej składającej się z 17 węzłów połączonych ze sobą odcinkami [7]. Sieć posiada 9 węzłów wejściowych ($W_6, W_7, W_8, W_{10}, W_{11}, W_{14}, W_{15}, W_{16}, W_{17}$) oraz jeden węzeł wyjściowy W_1 . W pozostałych węzłach sieci następuje połączenie kilku odcinków sieci. Na schemacie sieci na rys. 9 strzałkami zaznaczono kierunek przepływu ścieków.

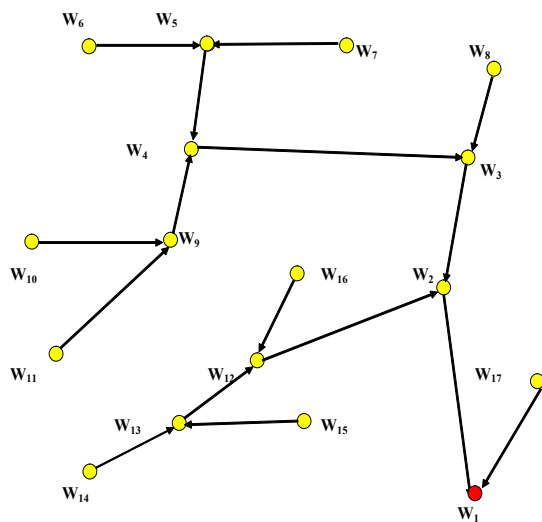
Dla węzłów wejściowych zadane są wartości natężeń dopływu ścieków. W węzłach połączeniowych należy obliczać natężenia przepływu zgodnie z równaniem bilansu przepływu. Dla poszczególnych odcinków zadane są wartości średnic d oraz spadki dna kanałów J .

Tabela 1. Wyniki obliczeń hydraulicznych przykładowej sieci przedstawionej na rys.9.

węzeł górny	węzeł dolny	odc	d	Q dm3/s	J	H	v
W6	W5	1	0,2	0,53	5	0,034	0,307
W7	W5	2	0,2	0,31	5	0,027	0,273
W5	W4	3	0,2	1,14	5	0,043	0,368
W10	W9	4	0,2	0,36	6	0,031	0,327
W11	W9	5	0,2	1,13	9	0,039	0,513
W9	W4	6	0,2	2,13	5	0,047	0,474
W4	W3	7	0,2	3,91	5	0,057	0,541

W8	W3	8	0,2	0,11	5	0,015	0,132
W3	W2	9	0,2	4,12	5	0,059	0,561
W14	W13	10	0,2	0,11	5	0,015	0,132
W15	W13	11	0,2	0,32	5	0,029	0,286
W13	W12	12	0,2	0,66	5	0,041	0,358
W16	W12	13	0,2	0,24	5	0,025	0,292
W12	W2	14	0,2	2,76	5	0,065	0,493
W17	W1	15	0,2	6,33	5	0,089	0,621
W2	W1	16	0,2	7,61	5	0,098	0,675

Dla sieci o takiej strukturze obliczono wysokości napień H oraz prędkości przepływów v w poszczególnych odcinkach sieci.



Rysunek 9. Struktura sieci kanalizacyjnej użytej do obliczeń symulacyjnych.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że dla takich wartości natężeń dopływów ścieków oraz parametrów

geometrycznych sieci (średnic i spadków dna kanałów) wysokości napień nie przekraczają połowy średnicy kanału. Istnieje więc spory zapas dla zwiększenia dopływów w niektórych węzłach sieci. Wyniki obliczeń przedstawiono w Tabeli 1.

6. PODSUMOWANIE

W artykule na stosunkowo prostym przykładzie pokazano, że za pomocą obliczeń symulacyjnych z użyciem modelu hydraulicznego sieci kanalizacyjnej można analizować jakość pracy sieci. W badanym przykładzie analizowana sieć działa prawidłowo. Pokazano tym samym, że poprawnie sformułowany model hydrauliczny sieci kanalizacyjnej może być wykorzystywany do dokładnej i wiarygodnej analizy pracy sieci. Taki model może być używany również jako narzędzie wspomagające projektowanie sieci kanalizacyjnych, poprzez obliczenia symulacyjne i porównywanie wyników dla opracowywanych wariantowo projektów sieci.

Literatura

1. Biedugnis S., "Metody informatyczne w wodociągach i kanalizacji", Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1998.
2. Bogdan L., Petriczek G., "Zagadnienia modelowania sieci kanalizacyjnej dla potrzeb zarządzania przedsiębiorstwem wodociągowym", SIM PSZW, 22, 32-42, 2009.
3. Chudzicki J., Sosnowski S., "Instalacje kanalizacyjne", Wydawnictwo „Seidel-Przywecki”, Warszawa 2004.
4. Jaromin K., Jilati A., Borkowski T., Widomski M., Ładóg G., "Rodzaje materiału i sposoby eksploatacji a współczynniki szorstkości w przewodach kanalizacji grawitacyjnej", Proceedings of ECOpole, vol.2, No.2, 2008.
5. Niedzielski W., "Charakter przepływu w sieci kanalizacji deszczowej", Ochrona Środowiska, 434/3-4 (20-21), 1984.
6. Serek M., "Zastosowanie mikrokomputerów do obliczania sieci kanalizacji deszczowej", Ochrona Środowiska, 488/1-2 (27-28), 1986.

7. Służalec A., "Sieć kanalizacji ściekowej – obliczenia hydrauliczne", Raport Badawczy IBS PAN, Warszawa. 2010.
8. Wartalski J., "Komputerowe metody projektowania i analizy hydraulicznej sieciowych układów kanalizacyjnych", *Ochrona Środowiska*, 434/3-4 (20-21), 1984.
9. Wartalski A., Wartalski J., "Projektowanie hydrauliczne rurociągów z tworzyw sztucznych", *Ochrona Środowiska*, 1/76 (19-24), 2000.
10. WILO Polska- producent pomp i urządzeń sanitarnych, „Podstawy odprowadzania i pompowania ścieków”, Oferta handlowa