

NADEŚLANE ARTYKUŁY

ZARZĄDZANIE I STEROWANIE SIECIĄ WODOCIĄGOWĄ W OPARCIU O MODELE MATEMATYCZNE

Maciej Stachura, Bartłomiej Fajdek, Jan Studziński*

*Institut Automatyki i Robotyki, Politechnika Warszawska, ul. A. Boboli 8, 02-525 Warszawa,
* Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk, ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa*

Streszczenie: *W artykule przedstawiono propozycję narzędzia informatycznego wspomagającego zarządzanie i sterowanie siecią wodociągową. Kluczowym elementem systemu jest baza danych z informacjami o sieci wodociągowej, wykorzystywanymi następnie przez odpowiednie modele matematyczne do prognozowania stanów sieci i generowania scenariuszy sterowania operacyjnego siecią. Z kolei źródłem potrzebnych danych jest odpowiednio zaprojektowany system monitoringu sieci wodociągowej.*

Słowa kluczowe: *Zarządzanie i sterowanie siecią wodociągową, modelowanie matematyczne, monitoring sieci wodociągowej, systemy wspomagania decyzji.*

Management and control of water networks using mathematical models

Abstract: *In the paper a concept of an information system supporting the complex management and control of communal water networks is presented. The key element of this system is a Branch Data Base with all technical and technological information concerning the water network. These data are used by the appropriate mathematical models implemented in the system to forecast the current operational states of the water net and to generate scenarios of water net operational control. The main source of these data is an appropriate planned monitoring system installed on the water network.*

Management and control of communal water networks, mathematical modeling, water networks monitoring, computer aided decisions making systems.

4. WSTĘP

Miejskie systemy wodno-ściekowe składają się zwykle z czterech podsystemów: ujęcia wody, sieci wodociągowej, sieci kanalizacyjnej i oczyszczalni ścieków, przy czym sieć wodociągowa wydaje się w tym systemie elementem kluczowym (rys. 1). Zmieniające się obciążenie sieci wodociągowej wpływa na pracę pompowni w stacjach ujęcia wody, decyduje o obciążeniu hydraulicznym sieci kanalizacyjnej i oczyszczalni ścieków, a poprawne zarządzanie siecią wodociągową decyduje o właściwej

jakości i ilości wody dostarczanej do odbiorców. Dlatego jednym z podstawowych zadań w przedsiębiorstwie wodociągowym jest efektywne zarządzanie tą siecią. W ramach tego zadania należy realizować szereg podzadań, takich jak:

- pełne pokrycie potrzeb odbiorców na wodę pitną,
- dostarczanie do odbiorców wody o odpowiedniej jakości,
- dostarczanie wody pod odpowiednim ciśnieniem,
- zapobieganie awariom sieci wodociągowej,
- w przypadku wystąpienia awarii, szybka jej lokalizacja i usunięcie,

- planowanie i wykonywanie remontów sieci,
- modernizacja i rozbudowa sieci,
- zapobieganie stratom wody,
- planowanie ceny wody na kolejny rok kalendarzowy itp.



Rysunek 1. Schemat miejskiego systemu wodno-ściekowego.

Dane pozyskiwane z monitoringu sieci wodociągowej ułatwiają rozwiązywanie problemów związanych z jej zarządzaniem. Uzasadnionym więc wydaje się budowa całych złożonych systemów informatycznych do zarządzania sieciami wodociągowymi, w których monitoring jest jednym z kluczowych elementów systemu. Co więcej, problematyka właściwego zarządzania, czyli działanie o charakterze jakościowym, jest związane z pewnymi obszarami wiedzy technicznej, czyli działaniami o charakterze ilościowym.

Zarządzanie wiedzą jest działaniem interdyscyplinarnym, łączącym w sobie techniki ilościowe i jakościowe i nie można spodziewać się skutecznego zarządzania opartego tylko na intuicji i doświadczeniu, jak również nie można w zarządzaniu ograniczać się jedynie do stosowania algorytmów obliczeniowych. Jednak połączenie obu rodzajów działania, jakościowego i ilościowego, chociaż wskazane, jest bardzo trudne, ponieważ jest związane z dużymi trudnościami organizacyjnymi i ponoszeniem wysokich kosztów a przede wszystkim z przełamaniem pewnych nawyków myślowych oraz przyzwyczajęń, co wydaje się najtrudniejsze. Stąd potrzeba wskazywania ośrodkom decyzyjnym na zalety działań integracyjnych i celowość kompleksowej informatyzacji przedsiębiorstw wodociągowych.

5. SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI W PRZEDSIĘBIORSTWACH WODOCIĄGOWYCH

Systemy informatyczne stosowane do kompleksowego zarządzania przedsiębiorstwami wodociągowymi, to w Polsce jeszcze rzadkość. Przy czym przez zarządzanie kompleksowe rozumiemy tutaj wykonywanie przez system zarówno zadań organizacyjno-finansowych (gospodarka magazynowa, księgowość, obsługa klientów przedsiębiorstwa itp.), jak i techniczno technologicznych (symulacja komputerowa realizowanego procesu, optymalizacja i sterowanie procesem itp.). Wykonujący takie zadania system informatyczny powinien składać się ze

współpracujących ze sobą modułów odpowiedzialnych za funkcje administracyjne i techniczne.

System monitoringu sieci wodociągowej może oczywiście funkcjonować w przedsiębiorstwie wodociągowym jako system autonomiczny i jeżeli będzie odpowiednio dokładny, to jest w stanie realizować samodzielnie szereg zadań znacznie usprawniających zarządzanie siecią. Jednak rozwiązaniem znacznie korzystniejszym jest wdrożenie w przedsiębiorstwie kompleksowego systemu wspomaganie decyzji, w którym monitoring byłby jedynie jednym z jego elementów. Aby system monitoringu mógł być właściwie wykorzystany, powinien on współpracować z modelem hydraulicznym sieci wodociągowej. Dodając jako kolejny element mapę numeryczną sieci wodociągowej oraz modele prognozowania obciążenia sieci a także algorytmy optymalizacji i sterowania siecią otrzymujemy strukturę takiego kompleksowego systemu wspomaganie decyzji, będącego idealnym narzędziem zarządzania siecią wodociągową

W ostatnich latach nastąpił gwałtowny rozwój automatyzacji w krajowym przemyśle. W większości przedsiębiorstw zostały wdrożone nowoczesne systemy automatyki. Stwarza to korzystny grunt do wprowadzania zaawansowanych technik nadzoru, sterowania, diagnostyki i wspomaganie decyzji kadry zarządzającej, operatorów i inżynierów procesu. Pojawia się również zainteresowanie przedsiębiorstw wodociągowych takimi aplikacjami. Wynika ono z potencjalnie dużych korzyści ekonomicznych, które mogą przynieść wdrożenia.

Rozwiązania oferowane przez renomowane firmy są jednak bardzo drogie dla polskich przedsiębiorstw, nawet takich jak elektrownie lub rafinerie, a ponadto ich funkcjonalność jest zwykle ograniczona. Wdrożenia wiążą się najczęściej z koniecznością sprowadzania specjalistów z zagranicy.

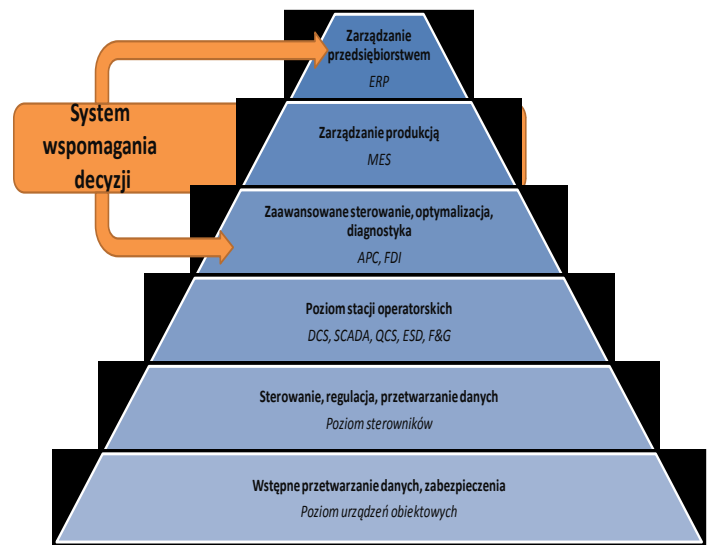
Współczesne systemy automatyki są integrowane z systemami wspomaganie decyzji oraz z systemami zarządzania przedsiębiorstwem. Z punktu widzenia kompleksowego podejścia, do systemów wspomaganie decyzji należy więc te trzy grupy systemów rozpatrywać jako całość. W ogólności, zarządzanie przedsiębiorstwem można podzielić na następujące warstwy (rys. 2):

- a) Warstwa realizacji pomiarów i oddziaływań sterujących. W strukturze sprzętowej jest to zbiór urządzeń pomiarowych i wykonawczych. Coraz częściej są to tzw. inteligentne urządzenia pomiarowe i wykonawcze, wyposażone w jednostki mikroprocesorowe, realizujące wiele funkcji wstępnego przetwarzania sygnałów, regulacji położenia elementów nastawczych oraz komunikacji z jednostkami sterującymi przez sieci polowe.

- b) Warstwa sterowania bezpośredniego, której głównymi zadaniami jest regulacja i sterowanie binarne. Fizycznie w warstwie tej występują różnego rodzaju sterowniki i regulatory.
- c) Warstwa sterowania nadrzędnego, w której realizowane są algorytmy regulacji, kompensacji zakłóceń, adaptacji oraz sterowania optymalnego poszczególnych węzłów technologicznych. Sygnały sterujące wypracowywane w tej warstwie nie oddziałują bezpośrednio na urządzenia wykonawcze, lecz stanowią wejścia zadane (wiodące) dla algorytmów w warstwie sterowania bezpośredniego. Algorytmy tej warstwy mogą być realizowane zarówno przez sterowniki dużej mocy (w systemach klasy DCS nazywane stacjami procesowymi) jak też komputery.
- d) Warstwa nadzorowania, koordynacji i optymalizacji procesu. Nadzorowanie obejmuje zadania wykrywania, rejestrowania i sygnalizacji alarmów. Zadaniami sterowania realizowanymi dla procesów ciągłych w tej warstwie jest koordynacja strumieni materiałów i energii przepływających między różnymi częściami procesu (węzłami technologicznymi) oraz optymalizacja punktów pracy procesów. Dla procesów dyskretnych realizowane są algorytmy koordynacji pracy grup maszyn i urządzeń. Funkcje te realizują komputery (stacje operatorskie lub odrębne jednostki komputerowe).
- e) Warstwa wizualizacji i obsługi. Zadaniem tej warstwy jest współpraca systemu sterowania z operatorami, automatykami i innymi użytkownikami systemu. Służą do tego panele operatorskie, stacje operatorskie, stacje inżynierskie oraz stacje nadzorcze (informacyjne). Wyświetlać na nich można odpowiednio przetworzone i przygotowane dane pochodzące z innych warstw. Przebieg procesu prezentowany jest graficznie na schematach synoptycznych procesu, wykresach zmiennych procesowych, listach zdarzeń i alarmów itp. Obserwować i analizować można nie tylko dane bieżące, ale także archiwizowane dane z przeszłości. Raporty udostępniają obsłudze odpowiednio dostosowane do potrzeb użytkowników zestawienia danych. Stacje operatorskie umożliwia oddziaływanie na proces, stacje inżynierskie pozwalają na konfigurację sprzętową i programową (algorytmiczną) systemu oraz na wprowadzanie modyfikacji, natomiast stacje nadzorcze umożliwiają jedynie wizualizację przebiegu procesu i danych.
- f) Warstwę zarządzania produkcją, MES (Manufacturing Execution Systems) określenie Systemy klasy MES wykorzystując technologie informatyczne, oprogramowanie, urządzenia elektroniczne i elementy

automatyki, umożliwiają efektywne zbieranie informacji w czasie rzeczywistym wprost ze stanowisk produkcyjnych i ich transfer na obszar biznesowy. Informacje o realizacji produkcji mogą być pobierane bezpośrednio z maszyn oraz przy udziale pracowników bezpośrednio-produkcyjnych. Dzięki funkcjonalności systemu można uzyskać natychmiastowy sygnał zwrotny o stopniu wykonania produkcji, podejmować na bieżąco właściwe decyzje i reagować na bieżąco na nieprawidłowości pojawiające się w czasie procesu produkcyjnego. Pozyskane dane z procesu produkcyjnego pozwalają na analizę kluczowych wskaźników wydajności na produkcji i uzyskanie prawdziwego obrazu wykorzystania zdolności produkcyjnych.

- g) Warstwę zarządzania przedsiębiorstwem, realizowane wyłącznie w technice komputerowej. Zadania zarządzania realizują systemy oraz ERP (Enterprise Resource Planning). Wspomaganie to może obejmować wszystkie lub część szczebli zarządzania i ułatwia optymalizację wykorzystania zasobów przedsiębiorstwa oraz zachodzących w nim procesów.



Rysunek 2. Warstwowa struktura systemów zarządzania i sterowania.

Projektowany system wspomaganie decyzji mieści się głównie w grupie funkcji dotyczących zarządzania produkcją (jakość wody).

6. FUNKCJE SYSTEMU

Modelowanie sieci wodociągowej

Podstawowym narzędziem informatycznym ułatwiającym zarządzanie siecią wodociągową jest model hydrauliczny do obliczania przepływów i ciśnień wody w sieci. Model taki jest opisany liniowymi i nieliniowymi równaniami algebraicznymi, podobnymi do równań opisujących bilanse natężeń i napięć prądów w sieciach elektrycznych i wynikających z I i II prawa Kirchhoffa znanych z elektrotechniki. Dla sformułowania równań modelu należy zadać strukturę sieci wodociągowej oraz charakterystyki obiektów aparaturowych znajdujących się w sieci. Sieć składa się z węzłów i odcinków, czyli zadanie jej struktury polega na podaniu współrzędnych przestrzennych węzłów, ich typów oraz długości i średnic odcinków. Podstawowe typy węzłów, to:

- węzły zasilające sieć,
- węzły odbiorcze,
- węzły montażowe.

Z kolei podstawowe obiekty aparaturowe sieci wodociągowej to:

- zasuw,
- zawory zwrotne,
- reduktory ciśnienia,
- zbiorniki wyrównawcze, układy pompowe w węzłach zasilających na wejściu sieci i w hydroforniach umieszczonych wewnątrz sieci.

Komputerowe modele przepływów stanowią obecnie wysoce wydajne narzędzia analizy hydraulicznej zjawisk przepływów w warunkach ustalonych, wspomagające pracę inżyniera przy eksploatacji, modernizacji czy rozbudowie systemu wodociągów miejskich. Istota pracy z modelem hydraulicznym polega na odtworzeniu rzeczywistych warunków pracy sieci w stopniu możliwie najbliższym wiarygodnym. Zgodnie z definicją Wosiewicza (1996) „*model matematyczny jest teoretycznym opisem matematycznym odzwierciedlającym z żądaną dokładnością zachowanie się oryginału (obiektu procesu) w warunkach rzeczywistych*”. Model matematyczny w ostatecznym kształcie jest tylko podobny do oryginału. Z powodu złożoności zagadnienia konieczne jest wprowadzenie pewnych uproszczeń w modelu, co pozwala odwzorować tylko istotne cechy danego obiektu.

Metody używane do rozwiązywania równań ciągłości przepływu i strat opisujących stan hydrauliczny sieci w danym przedziale czasowym, mogą być ustalone hybrydową węzłowo-pętlową metodą iteracyjną. Todini i

Pilati (1978), a później Salgado (1988) nazwali tę metodę Metodą Gradientową. Podobne podejście zostało opisane przez Hamam'a i Brameller'a (1971) i przez Osiadacz (1987). Jedyną różnicą pomiędzy tymi metodami jest sposób, w jaki przepływy w połączeniach są uaktualniane po nowej próbie rozwiązania dla wysokości węzłów. Zakładając, że sieć składa się z N złączy węzłowych i NF węzłów stałego stopnia (zbiorniki i rezerwuary), to zależność pomiędzy stratami przepływu w rurze pomiędzy węzłami i oraz j określa się jako:

$$H_i - H_j = h_{ij} = rQ_{ij}^n + mQ_{ij}^2 \quad (1)$$

gdzie:

- H – wysokość ciśnienia w węźle,
- h – straty,
- r – współczynnik oporów,
- Q – natężenie przepływu,
- n – wykładnik przepływu,
- m – współczynnik strat miejscowych.

Drugim zestawem równań, które muszą być spełnione, są równania zapewniające utrzymanie ciągłości przepływu we wszystkich węzłach:

$$\sum_j Q_{ij} - D_i \quad \text{dla } i = 1, \dots, N \quad (2)$$

gdzie:

D_i – rozbiór w węźle i , przy założeniu, że dopływ do węzła jest dodatni.

Mając dane wysokości w węzłach stałych szukamy rozwiązania dla wszystkich wysokości H_i i przepływów

Q_{ij} spełniających równania (1) i (2).

Rozwiązanie metodą gradientową rozpoczyna się od początkowego przybliżenia przepływu w każdej z rur, przy czym niekoniecznie zapewniają one ciągłość przepływu. W każdym kolejnej iteracji tej metody zostaje znajdowana nowa wysokość w węzłach dzięki rozwiązaniu macierzy równań:

$$AH = F \quad (3)$$

gdzie:

A – macierz Jakobiego ($N \times N$),

H – wektor nieznanych wysokości w węzłach ($N \times 1$),

F – wektor warunku prawostronnego ($N \times 1$).

Planowanie punktów pomiarowych

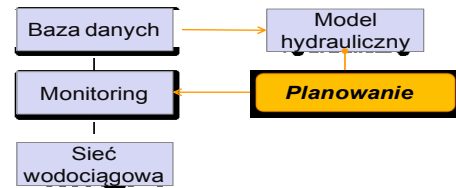
Wybór odpowiednich punktów pomiarowych do monitorowania sieci wodociągowej jest nietrywialnym zadaniem, do rozwiązania którego można stosować różne algorytmy obliczeniowe. Zazwyczaj jest to optymalizacja wielokryterialna dla wyznaczenia liczby i lokalizacji punktów pomiarowych: Uwzględniając wszystkie możliwe kombinacje liczby i umiejscowienia punktów pomiarowych wykonuje się obliczenia optymalizacji z następującymi kryteriami celu:

- minimum liczby punktów,
- maksimum wrażliwości lokalizacji wycieku,
- minimum kosztów instalacji punktów pomiarowych.

Jako miarę wrażliwości lokalizacji wycieku można stosować sumę różnic między pomiarami ciśnień dla stanu standardowego pracy sieci i stanów awaryjnych dla przyjmowanych różnych kombinacji liczby i lokalizacji punktów pomiarowych.

Przy wyznaczaniu punktów pomiarowych używa się modelu hydraulicznego do wykonania obliczeń symulacyjnych w celu określenia wrażliwości poszczególnych punktów na lokalizację wycieku (rys. 3). Wyznaczenie poprawnego modelu wymaga posiadania wiarygodnych danych pomiarowych z działającego już monitoringu. Oznacza to, że aby wyznaczyć model hydrauliczny sieci wodociągowej, należy dysponować systemem monitoringu, i aby zainstalować system monitoringu, należy dysponować modelem hydraulicznym.

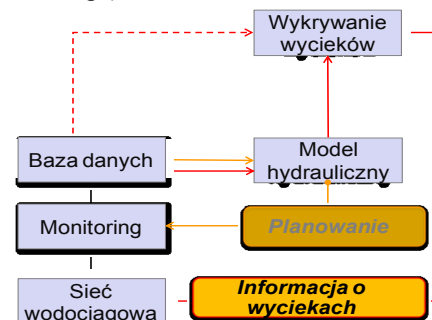
Problem ten rozwiązuje się zwykle metodą kolejnych przybliżeń, tzn. instaluje się na sieci wodociągowej system monitoringu w ograniczonym zakresie (z punktami pomiarowymi ustalonymi nie tyle w charakterystycznych, co w głównych punktach sieci, jak źródła i przepompownie), za pomocą którego wyznacza się zgrubny model hydrauliczny (opisujący jedynie główne magistrale sieci wodociągowej, tzn. uwzględniający odcinki sieci o największych średnicach), następnie za pomocą tego modelu rozszerza się system monitoringu o kolejne punkty, które służą z kolei do wyznaczenia bardziej szczegółowego modelu, i takie postępowanie można kontynuować aż do momentu uzyskania dokładnego modelu i efektywnego systemu monitoringu.



Rysunek 3. Planowanie punktów pomiarowych.

W przypadku normalnej eksploatacji sieci mamy do czynienia z pewnym typowym rozkładem ciśnień w węzłach oraz z typowymi zmianami tego rozkładu. Wystąpienie awarii jest sytuacją nietypową, która wpływa na nietypową zmianę ciśnień węzłowych w obszarze awarii. Sygnalizacja tej zmiany przez system monitoringu jest informacją dla operatora sieci o możliwości wystąpienia awarii.

System umożliwia dwa rodzaje wykrywania stanów awaryjnych (rys. 4): poprzez porównanie rozbiórów rzeczywistych z zadeklarowanymi (z poziomu bazy danych, dla punktów, w których istnieje monitoring), oraz poprzez porównanie rozbiórów zadeklarowanych z obliczonymi na podstawie modelu (dla punktów, w których nie ma monitoringu).



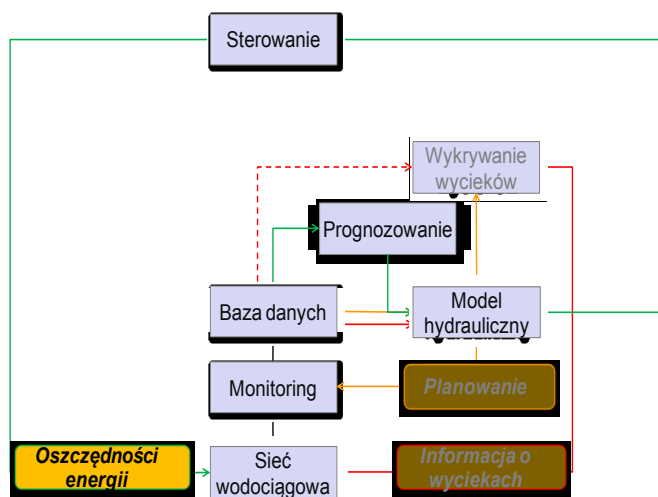
Rysunek 4. Wykrywanie wycieków.

Często zdarza się praktyce, że kradnie się wodę z sieci wodociągowej. Oznacza to, że produkcja wody przekracza udokumentowany rozbiór wody. W przypadku braku systemu monitoringu można jedynie stwierdzić wystąpienie takiego zdarzenia w skali całej sieci. Natomiast, jeżeli istnieje dokładny monitoring, to porównując rejestrowane odbiory wody przez użytkowników sieci z przepływami monitorowanymi przestrzennie można zlokalizować miejsca sieci, w których występują istotne nierówności między poborem i produkcją, a więc wskazać miejsca potencjalnych kradzieży względnie niejawnych wycieków wody.

Wyznaczanie modeli prognozujących obciążenie sieci

Obciążenie sieci zmienia się cyklicznie w zależności od pory roku, dnia tygodnia czy pory dnia. Te zmiany mają wpływ na sterowanie siecią, w szczególności na napełnianie i opróżnianie zbiorników wyrównawczych zlokalizowanych w sieci: przewidując większe obciążenie sieci powinno się odpowiednio wcześniej zbiorniki napełnić, podczas gdy można je opróżnić w przypadku mniejszego zapotrzebowania na wodę. Również do wykonywania dokładnych obliczeń hydraulicznych sieci należy znać godzinowe rozkłady obciążenia już nie tylko całej sieci, ale również jej poszczególnych węzłów lub grup węzłów (rys. 5).

Aby takie modele obciążenia sieci względnie węzłów sieci wyznaczyć, należy dysponować odpowiednio długimi seriami pomiarów przepływu z zainstalowanego na sieci systemu monitoringu. Na podstawie tych pomiarów wyznacza się modele prognostyczne obciążenia całej sieci i jej poszczególnych kluczowych węzłów odbiorczych. W projektowanym systemie informatycznym wspomagającym zarządzanie siecią wodociągową stosuje się do tego celu klasyczne metody szeregów czasowych (*time series methods*), jak również sieci neuronowe i zbiory rozmyte.



Rysunek 5. Wyznaczanie modeli prognozujących obciążenie sieci.

Sterowanie prędkością przepływu wody w sieci

Problem dotyczy poprawiania jakości wody krążącej w sieci wodociągowej. Woda wprowadzana do sieci po uzdatnieniu w stacji poboru wody może tracić swoje walory smakowe i zapachowe, jeżeli przebywa w sieci odpowiednio długo i w

dotadku nie krąży w niej z odpowiednio dużą prędkością. Szczególnie dotyczy to przypadków sieci starych o rurach stalowych, żeliwnych lub cementowych, które z upływem czasu rdzewieją lub zarastają glonami. Aby uniknąć pogarszania się jakości wody, należy w takich przypadkach wymusić jej odpowiednio szybkie przepływy w sieci poprzez odpowiednie sterowanie pracą pomp w przepompowniach i stanem zasuw zainstalowanych w sieci (rys. 6). Pomiary z monitoringu są niezbędne do stwierdzenia niekorzystnych przestojów wody i realizacji takiego sterowania.

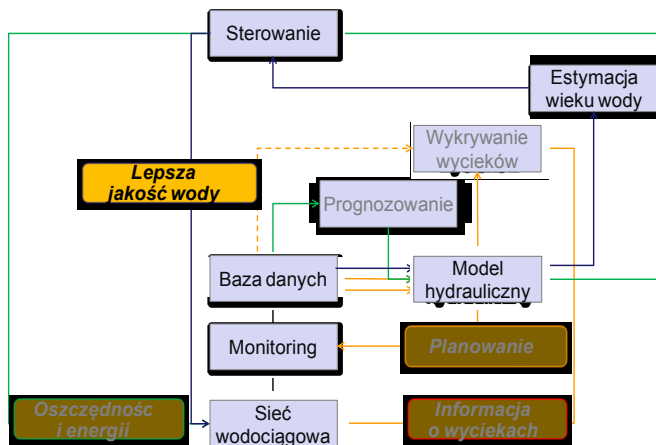
7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Przedstawiony system informatyczny ma na celu wspomaganie kompleksowego zarządzania przedsiębiorstwami wodociągowymi. (symulacja komputerowa realizowanego procesu, optymalizacja i sterowanie procesem itp.). Kluczowym elementem takiego narzędzia jest baza danych z informacjami o sieci wodociągowej, wykorzystywanymi następnie przez odpowiednie modele matematyczne do prognozowania stanów sieci i generowania scenariuszy sterowania operacyjnego siecią. Z kolei źródłem potrzebnych danych jest odpowiednio zaprojektowany system monitoringu sieci wodociągowej.

Takich systemów nie ma jeszcze w krajowych przedsiębiorstwach wodociągowych, jednak wydaje się, że w tym właśnie kierunku powinien iść rozwój informatyzacji tych przedsiębiorstw. Z kolei kolejnym poziomem informatyzacji byłoby obejmowanie zakresem działania systemu wspomaganie decyzji wdrożonego dla potrzeb sieci wodociągowej również innych układów eksploatowanych w przedsiębiorstwie wodociągowym, takich jak sieć kanalizacyjna, oczyszczalnia ścieków oraz pompownie źródłowe tłoczące wodę do sieci wodociągowej.

Prace w tym zakresie są prowadzone w Instytucie Badań Systemowych PAN w ramach projektu badawczego pn. *Opracowanie systemu wspomaganie decyzji do zarządzania, sterowania operacyjnego i planowania miejskiego systemu wodno-ściekowego*.¹

¹ Artykuł finansowany ze środków projektu badawczego NCBiR NR 14-0011-10/2010.



Rysunek 6. Sterowanie prędkością wody w sieci.

Literatura

1. Bogdan L., Karczmarska D., Studziński J., "Computerization of waterworks in Poland – current state and perspectives", In: Applications of Informatics in Environment Engineering and Medicine (Studziński J., Drelichowski L., Hryniewicz O., Eds.) PAS SRI, Series Systems Research, Vol. 42, Warsaw 2005, pp. 157-169.
2. Hamam Y.M, Brameller A., "Hybrid method for the solution of piping networks", Proc. IEE, Vol. 113, No. 11, pp. 1607-1612, 1971.
3. Osiadacz A.J., "Simulation and Analysis of Gas Networks", E. & F.N. Spon, London 1987.
4. Salgado R., Todini E., O'Connell P.E., "Extending the gradient method to include pressure regulating valves in pipe networks", Proc. Inter. Symposium on Computer Modeling of Water Distribution Systems, University of Kentucky, May 12-13, 1988.
5. Straubel R., Holznagel B., "Mehrkriteriale Optimierung fuer Palnung und Steuerung von Trink- und Abwasser-Verbundsystemen", In: Wasser•Abwasser, 140, No. 3, 1999, pp. 191-196, 1999.
6. Rossman L.A., Boulos P.F., "Numerical methods for modeling water quality in distribution systems: A comparison", J. Water Resour. Plng. And Mgmt, Vol. 122, No. 2, 137-146, 1996.
7. Todini E., Pilati S., "A gradient method for the analysis of pipe networks", In: International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, UK, September 8-10, 1987.
8. Waterworth G., "Efficiency modelling in the cost reduction of water pump maintenance", In: Proceedings