

## PROBLEM WYBORU POLICY-MIX W GRZE FISKALNO-MONETARNEJ Z ZASTOSOWANIEM FUNKCJI LOGISTYCZNEJ

Irena Woroniecka-Leciejewicz

Instytut Badań Systemowych PAN,  
Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania  
e-mail: woroniec@ibspan.waw.pl, woroniec@wit.edu.pl

**Streszczenie:** Praca przedstawia problem wyboru policy-mix, rozumianej jako kombinacja polityki pieniężnej i budżetowej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności w kontekście analizy różnych możliwych stanów równowagi w grze fiskalno-monetarnej. Do odzwierciedlenia zależności między dynamiką PKB i inflacją a instrumentami stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej, w tym polityki pieniężnej (realną stopą procentową) i budżetowej (deficytem budżetowym w relacji do PKB) wykorzystano zmodyfikowaną funkcję logistyczną, która umożliwia uwzględnienie specyfiki oddziaływania tych instrumentów na koniunkturę gospodarczą. Badania obejmują również analizę wpływu priorytetów władz fiskalnych i monetarnych na równowagę i tym samym na wybór policy-mix.

**Słowa kluczowe:** Gra fiskalno-monetarna, policy-mix funkcja logistyczna

### The choice of the policy-mix problem in a fiscal-monetary game using the logistic function

**Abstract:** The paper presents an analysis of the game between the central bank and the government (and possible equilibrium states) in selection of policy mix defined as a combination of the fiscal and monetary policies. The influence, exerted by the instruments of the monetary policy (real interest rate) and of the fiscal policy (budgetary deficit related to the GDP) on the economic growth and inflation is modeled using the modified logistic function. The work describes and analyses also the impact of priorities of the fiscal and monetary authorities on the equilibrium states in the monetary-fiscal games.

**Abstract:** state of economy

**Keywords:** Fiscal-monetary game, policy-mix, logistic function

#### 1. WSTĘP

Celem pracy jest analiza interakcji decyzyjnych i wzajemnych uwarunkowań między władzami monetarnymi i fiskalnymi na podstawie badań symulacyjnych z wykorzystaniem gry fiskalno-monetarnej, w której strategię polityki pieniężnej i budżetowej różnią się stopniem ich restrykcyjności/ekspansywności.

Tabela 1 przedstawia tablicę wypłat dla takiej gry. Strategie władz fiskalnych (rządu) oznaczają strategię polityki budżetowej – od skrajnie restrykcyjnej w pierwszym wierszu do skrajnie ekspansywnej w ostatnim. Jako miernik stopnia restrykcyjności polityki fiskalnej przyjęto poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB. Analogicznie strategię władz monetarnych (banku

centralnego) oznaczają strategię polityki pieniężnej – od skrajnie restrykcyjnej w pierwszej kolumnie do skrajnie ekspansywnej w ostatniej, przy czym jako wyznacznik restrykcyjności polityki monetarnej przyjęto wysokość realnej stopy procentowej. Wypłaty zostały oznaczone w następujący sposób:  $y_{ij}$  - wypłata władz fiskalnych (tempo wzrostu PKB) w przypadku, gdy rząd stosuje strategię fiskalną  $F_i$ , a bank centralny strategię monetarną  $M_j$ ,  $p_{ij}$  - wypłata władz monetarnych (inflacja) w tej samej sytuacji strategicznej. Symbolem  $b_i$  oznaczono deficyt budżetowy w relacji do PKB, charakteryzujący  $i$ -tą strategię fiskalną, natomiast  $r_j$  - realną stopę procentową przypisaną  $j$ -tej strategii pieniężnej.

Przedstawiona w pracy analiza stanowi kontynuację badań autorki (Woroniecka-Leciejewicz (2006-2011)) dotyczących problematyki równowagi i Pareto-

optymalności rozwiązań w grze fiskalno-monetarnej oraz wpływu priorytetów banku centralnego i rządu na wybór *policy-mix*.

Tabela 1. Gra fiskalno- monetarna – tablica wypłat

Tablica wypłat		Bank centralny - polityka monetarna ← restrykcyjna                      ekspansywna →			
		Strategia monetarna $M_1$ stopa proc. $r_1$	Strategia monetarna $M_2$ stopa proc. $r_2$	...	Strategia monetarna $M_n$ stopa proc. $r_n$
Rząd – polityka fiskalna ↑ ekspansywna restrykcyjna ↓	Strategia $F_1$ deficyt $b_1$	$p_{11}$ $y_{11}$	$p_{12}$ $y_{12}$	...	$p_{1n}$ $y_{1n}$
	Strategia $F_2$ deficyt $b_2$	$p_{21}$ $y_{21}$	$p_{22}$ $y_{22}$	...	$p_{2n}$ $y_{2n}$
	...			...	
	Strategia $F_m$ deficyt $b_m$	$p_{m1}$ $y_{m1}$	$p_{m2}$ $y_{m2}$	...	$p_{mn}$ $y_{mn}$

Gra analizowana jest przy przyjęciu pewnych założeń dotyczących wpływu instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej na stan gospodarki, charakteryzowany przez wzrost PKB i inflację. Zakłada się, że:

- wzrost stopy procentowej, *ceteris paribus*, wywołuje spadek tempa wzrostu gospodarczego ( $\frac{\partial y}{\partial r} < 0$ ) oraz ograniczenie inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial r} < 0$ ),
- wzrost deficytu budżetowego, *ceteris paribus*, przyczynia się do wzrostu inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial b} > 0$ ).

Problem stanowi przyjęcie założenia dotyczącego wpływu deficytu budżetowego na realny wzrost produkcji w gospodarce. Można rozważyć dwa warianty:

A – wzrost deficytu budżetu państwa, *ceteris paribus*, powoduje zwiększenie tempa wzrostu PKB ( $\frac{\partial y}{\partial b} > 0$ ),

B – wzrost deficytu budżetowego ogranicza wzrost PKB ( $\frac{\partial y}{\partial b} < 0$ ).

Dodatkowo zakłada się, że:

$$\Delta b_i = b_i - b_{i-1} > 0, \quad \Delta r_j = r_j - r_{j-1} < 0.$$

W ostatnich publikacjach (Woroniecka-Leciejewicz (2009-2011)) do wyprowadzenia formuł określających nieliniowe zależności między wartościami w tablicy wypłat w grze, oznaczającymi odpowiednio wzrost gospodarczy i inflację a instrumentami polityki makroekonomicznej wykorzystano wzór na rozwinięcie funkcji w szereg Taylora. Rozważano dwa przypadki: pierwszy, w którym zakładano, że władze monetarne dążą do minimalizacji inflacji, a fiskalne do maksymalizacji tempa wzrostu PKB oraz drugi, w którym przyjmowano, że władze monetarne i fiskalne wyznaczają własne cele, które chcą osiągnąć, określając pożądany cel inflacyjny i planowaną dynamikę PKB. W pierwszym przypadku równowaga w grze jest determinowana przez strategię dominującą, skłaniającą do wyboru kombinacji skrajnie restrykcyjnej polityki monetarnej i skrajnie ekspansywnej fiskalnej (wariant założeń A) lub obu skrajnie restrykcyjnych polityk (wariant B). W drugim przypadku, gdy władze fiskalne i monetarne dążą do minimalizacji odchylenia odpowiednio wzrostu PKB i inflacji od wartości pożądanych, usytuowanie stanu równowagi Nasha, nie jest już takie oczywiste i zależy m. in. od skuteczności oddziaływania instrumentów polityki monetarnej i fiskalnej oraz od priorytetów banku centralnego i rządu w prowadzeniu polityki.

Należy sądzić, że interesujące wyniki w tej dziedzinie można uzyskać uzupełniając teoretyczne rozważania zawarte w powyższych publikacjach o analizę symulacyjną uwzględniającą różne warianty uwarunkowań koniunktury, w szczególności wpływu skuteczności polityki fiskalnej i monetarnej w oddziaływaniu na stan gospodarki, w tym na wzrost PKB i inflację. W tym celu wykonano obliczenia dla gry fiskalno-monetarnej z wykorzystaniem modyfikacji funkcji logistycznej oraz przedstawiono pierwsze wyniki badań oraz ich interpretację. Prezentowane w niniejszej pracy badania koncentrują się na analizie gry fiskalno-monetarnej dla wariantu założeń A, który wydaje się bardziej realistycznie odzwierciedlać wpływ polityki fiskalnej na możliwości wzrostu gospodarczego w krótkim okresie.

## 2. ZASTOSOWANIE FUNKCJI LOGISTYCZNEJ DO ODZWIERCIEDLENIA WPLYWU INSTRUMENTÓW POLICY-MIX NA STAN GOSPODARKI

Do odzwierciedlenia zależności między wzrostem gospodarczym i inflacją a instrumentami stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej wykorzystano modyfikację funkcji logistycznej, która umożliwia uwzględnienie

specyfiki oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej polegającej m.in. na tym, że ich skuteczność jest największa w pewnym przedziale wahań instrumentu, a poza nim jest ograniczona. Oznacza to m.in., że możliwości obniżania inflacji poprzez stosowanie coraz bardziej restrykcyjnej polityki monetarnej są ograniczone, podobnie jak możliwości pobudzania wzrostu gospodarczego przez coraz bardziej ekspansywną politykę fiskalną.

Funkcja logistyczna o analitycznej postaci:

$$f(x) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\chi x}}, \text{ przy założeniu, że parametr } \beta > 0,$$

odzwierciedla monotoniczne przejście zmiennej  $y$  od początkowej wartości  $f(x_0)=0$  do osiągnięcia końcowej wartości  $f(x_k)=\alpha$  (dla  $\chi > 0$ ) lub od wartości  $f(x_0)=a$  do osiągnięcia końcowej zerowej wartości (dla  $\chi < 0$ ). W zależności od parametrów  $\alpha$  i  $\chi$ , funkcja logistyczna przedstawia wzrost zmiennej objaśnianej (dla obu parametrów dodatnich lub obu ujemnych) bądź spadek w przeciwnym przypadku (gdy parametry  $\alpha$  i  $\chi$  mają różne znaki). Uzupełnienie funkcji logistycznej o stałą  $\delta$ :

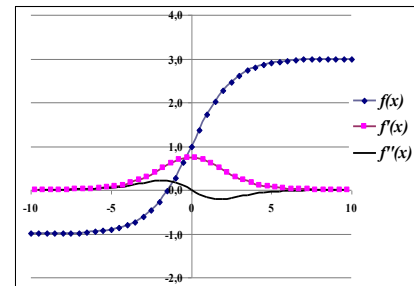
$$f(x) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\chi x}} + \delta \text{ umożliwia odzwierciedlenie}$$

przejścia zmiennej objaśnianej od dowolnej wartości początkowej do osiągnięcia dowolnej wartości końcowej, przyjmując odpowiednie wartości parametrów  $\alpha$  i  $\delta$  (porównaj tab. 2). Obliczenia symulacyjne wykonano dla parametru  $\chi > 0$ .

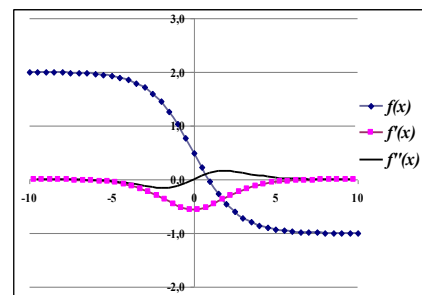
**Tabela 2** Rosnąca lub malejąca funkcja logistyczna w zależności od parametrów, źródło: opracowanie własne.

Parametry	$\chi > 0$	$\chi < 0$
$\alpha > 0$	z $f(x_0)=\delta$ wzrost do $f(x_k)=\delta+\alpha$	z $f(x_0)=\delta+\alpha$ spadek do $f(x_k)=\delta$
$\alpha < 0$	z $f(x_0)=\delta$ spadek do $f(x_k)=\delta+\alpha$	z $f(x_0)=\delta+\alpha$ wzrost do $f(x_k)=\delta$

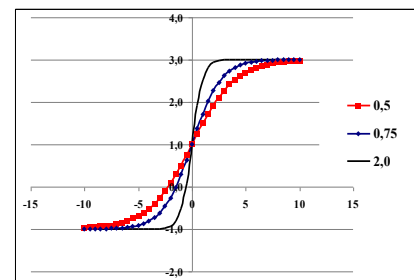
Rysunki 1-4 przedstawiają wykresy funkcji logistycznej dla wybranych wartości parametrów odzwierciedlające przejście zmiennej objaśnianej z jednego poziomu na nowy, zarówno dla przypadku wzrostu (rys. 1) jak i spadku (rys. 2). Punkt przegięcia odpowiada maksymalnej (dla funkcji rosnącej) lub minimalnej (dla funkcji malejącej) wartości pierwszej pochodnej funkcji logistycznej. W przypadku, gdy  $\beta=1$  punkt przegięcia występuje dla zerowej wartości zmiennej  $x$ , gdy  $\beta > 1$  – dla dodatnich wartości zmiennej  $x$ , a gdy  $0 < \beta < 1$  – dla wartości ujemnych (rys. 4). W punkcie przegięcia zmienna  $x$  charakteryzuje się największą siłą oddziaływania na zmienną objaśnianą.



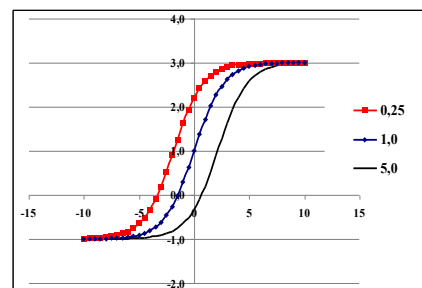
**Rysunek 1** Funkcja logistyczna i jej pochodne  
Parametry:  $\alpha=4$ ;  $\beta=1$ ;  $\chi=0,75$ ;  $\delta=-1$



**Rysunek 2** Funkcja logistyczna i jej pochodne. Parametry:  $\alpha=-3$ ;  $\beta=1$ ;  $\chi=0,75$ ;  $\delta=2$ , źródło: opracowanie własne.



**Rysunek 3** Wpływ parametru  $\chi$  ( $\chi=0,5$ ;  $0,75$ ;  $2,0$ ). Pozostałe parametry:  $\alpha=4$ ;  $\beta=1$ ;  $\delta=-1$ , źródło: opracowanie własne.



**Rysunek 4** Wpływ parametru  $\beta$  ( $\beta=0,25$ ;  $1,0$ ;  $5,0$ ). Pozostałe parametry:  $\alpha=4$ ;  $\chi=0,75$ ;  $\delta=-1$ , źródło: opracowanie własne.

Odnosząc się w interpretacji do gry fiskalno-monetarnej oraz przyjętych wcześniej założeń (wariant A), wpływ instrumentu fiskalnego, tj. deficytu budżetowego w relacji do PKB ( $b$ ), na tempo wzrostu gospodarczego ( $y$ ) może charakteryzować rosnąca funkcja logistyczna:

$$y = f(b) = \frac{\alpha_1}{1 + \beta_1 e^{-\chi_1 b}} + \delta_1, \text{ przy czym } \beta_1 > 0, \chi_1 > 0, \alpha_1 > 0.$$

Oznacza to, że wzrost deficytu budżetowego, *ceteris paribus*, przyczynia się do ożywienia wzrostu gospodarczego ( $\frac{\partial y}{\partial b} > 0$ ), ale skuteczność oddziaływania

polityki budżetowej na koniunkturę gospodarczą jest ograniczona tylko do pewnego przedziału wahań wartości instrumentu. Zakłada się, że ograniczone są zarówno możliwości pobudzania wzrostu poprzez stosowanie coraz bardziej ekspansywnej polityki fiskalnej (podwyższanie deficytu) jak i możliwości negatywnego wpływu na dynamikę produkcji przez coraz bardziej restrykcyjną politykę polegającą na redukcji deficytu (zwiększaniu nadwyżki budżetowej). Przy skrajnie restrykcyjnej polityce fiskalnej wzrost PKB jest najniższy i równy  $\delta_1$  ( $y_{\min} = \delta_1$ ), a dalszy wzrost restrykcyjności polityki nie ma już wpływu na dynamikę produkcji. Analogicznie przy skrajnie ekspansywnej polityce najwyższy realny wzrost PKB jest równy  $\delta_1$  ( $y_{\max} = \delta_1 + \alpha_1$ ), a dalsze zwiększanie jej ekspansywności przestaje być skuteczne.

Analogicznie oddziaływanie instrumentu fiskalnego na inflację ( $p$ ) może opisywać rosnąca funkcja logistyczna:

$$p = f(b) = \frac{\alpha_2}{1 + \beta_2 e^{-\chi_2 b}} + \delta_2, \text{ przy czym } \beta_2 > 0, \chi_2 > 0,$$

$\alpha_2 > 0$ . Zakłada się tym samym, że wzrost deficytu budżetu państwa towarzyszący ekspansywnej polityce fiskalnej, *ceteris paribus*, zwiększa napięcia inflacyjne w gospodarce i poziom inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial b} > 0$ ), a zmniejszanie deficytu ma

wpływ na ograniczanie inflacji, ale skuteczność polityki budżetowej maleje wraz z przechodzeniem w kierunku polityki coraz bardziej ekspansywnej lub skrajnie restrykcyjnej. Dla skrajnie restrykcyjnej polityki fiskalnej inflacja jest na skrajnie niskim poziomie ( $p_{\min} = \delta_2$ ) i dalszy wzrost restrykcyjności tej polityki nie przyczynia się już do obniżania inflacji. Podobnie ograniczoną skuteczność polityki fiskalnej i jej instrumentów w oddziaływaniu na inflację można obserwować przy skrajnie ekspansywnej polityce, gdy inflacja jest najwyższa ( $p_{\max} = \delta_2 + \alpha_2$ ) i dalsze zwiększanie ekspansywności nie wywołuje już wzrostu inflacji.

Uwzględniając przyjęte wcześniej założenia dotyczące oddziaływania polityki monetarnej, że wzrost stopy procentowej, *ceteris paribus*, wywołuje spadek tempa wzrostu gospodarczego ( $\frac{\partial y}{\partial r} < 0$ ) oraz ograniczenie inflacji

( $\frac{\partial p}{\partial r} < 0$ ), do odzwierciedlenia tych zależności należy zastosować malejącą funkcję logistyczną.

Oddziaływanie stopy procentowej ( $r$ ) na wzrost gospodarczy ( $y$ ) można opisać malejącą funkcją

$$\text{logistyczną: } y = f(r) = \frac{\alpha_3}{1 + \beta_3 e^{-\chi_3 r}} + \delta_3, \text{ przy czym } \beta_3 > 0,$$

$\chi_3 > 0, \alpha_3 < 0$ . Oznacza to, że wraz ze wzrostem stopy procentowej następuje zmniejszanie tempa wzrostu PKB z początkowo maksymalnego ( $y_{\max} = \delta_3$ ) przy skrajnie ekspansywnej polityce pieniężnej i towarzyszącej jej ekstremalnie niskiej wartości stopy procentowej – do najniższego ( $y_{\min} = \delta_3 + \alpha_3$ ), gdy stopa procentowa osiąga skrajnie wysoki poziom.

Wpływ stopy procentowej ( $r$ ) na inflację ( $p$ ) można opisać analogicznie malejącą funkcją logistyczną:

$$p = f(r) = \frac{\alpha_4}{1 + \beta_4 e^{-\chi_4 r}} + \delta_4, \text{ przy czym } \beta_4 > 0, \chi_4 > 0,$$

$\alpha_4 < 0$ . Oznacza to, że wraz ze wzrostem stopy procentowej następuje ograniczenie poziomu inflacji z początkowo ekstremalnie wysokiego ( $p_{\max} = \delta_4$ ) przy skrajnie ekspansywnej polityce pieniężnej – do ekstremalnie niskiego ( $p_{\min} = \delta_4 + \alpha_4$ ) przy polityce skrajnie restrykcyjnej. W obu ostatnich przypadkach, gdy oddziaływanie instrumentów polityki monetarnej na koniunkturę makroekonomiczną: na wzrost PKB i inflację, jest odzwierciedlane z zastosowaniem funkcji logistycznej, interpretacja wskazuje na ograniczoną skuteczność polityki pieniężnej. Zarówno możliwości obniżania inflacji poprzez stosowanie coraz bardziej restrykcyjnej polityki monetarnej (podwyższanie stopy procentowej) są ograniczone, podobnie jak możliwości pobudzania wzrostu gospodarczego przez coraz bardziej ekspansywną politykę pieniężną polegającą na obniżaniu stóp procentowych do skrajnie niskich wartości.

Warto jeszcze dodać kilka uwag dotyczących wpływu poszczególnych parametrów na przebieg funkcji logistycznej wraz z interpretacją w kontekście zastosowania jej do odzwierciedlenia oddziaływania instrumentów *policy-mix* na koniunkturę gospodarczą. Parametr  $\chi$  odzwierciedla szybkość przejścia zmiennej objaśnianej na nowy poziom w reakcji na wzrost zmiennej objaśniającej. Przy czym, im wyższa wartość bezwzględna

parametru  $\chi$  tym szybsze przejście, im niższa wartość  $|\chi|$  – tym przejście wolniejsze (rys. 3). Odnosząc się do funkcji opisującej stan gospodarki charakteryzowany przez wzrost PKB i inflację w zależności od instrumentów stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej, należy zauważyć, że szybsze przejście można interpretować jako węższy przedział wahań instrumentu *policy-mix*, w którym skutecznie oddziałuje on na koniunkturę, natomiast przejście wolniejsze – oznacza szerszy przedział skuteczności polityki.

Co do wpływu parametru  $\beta$ , można zaobserwować, że wraz ze zwiększeniem jego wartości następuje przesunięcie wykresu w prawo, co oznacza, że przedział wahań instrumentu *policy-mix*, w którym skutecznie oddziałuje on na koniunkturę, jest przesunięty w kierunku wyższych wartości instrumentu. W szczególności przesunięciu ulega punkt przegięcia, co jest równoznaczne ze wzrostem wartości instrumentu, przy której jego skuteczność (siła oddziaływania na gospodarkę) jest najwyższa. Analogicznie przesunięcie wykresu w lewo następuje wraz z obniżaniem wartości parametru  $\beta$  – instrument pozostaje skuteczny dla odpowiednio niższych wartości (rys. 4).

### 3. RÓWNOWAGA W GRZE A PRIORYTETY WŁADZ FISKALNYCH I MONETARNYCH

Do obliczenia wypłat w grze fiskalno-monetarnej wykorzystano funkcję logistyczną. Zarówno wypłata władz fiskalnych – tempo wzrostu PKB ( $y$ ), jak i władz monetarnych – inflacja ( $p$ ), zależą od instrumentów *policy mix*: deficytu budżetowego w relacji do PKB ( $b$ ) i realnej stopy procentowej ( $r$ ):

$$y = f(b, r) = \frac{\alpha_1}{1 + \beta_1 e^{-\chi_1 b}} + \frac{\alpha_2}{1 + \beta_2 e^{-\chi_2 r}} + \delta_1 \quad (1)$$

$$p = f(b, r) = \frac{\alpha_3}{1 + \beta_3 e^{-\chi_3 b}} + \frac{\alpha_4}{1 + \beta_4 e^{-\chi_4 r}} + \delta_2 \quad (2)$$

Tabela 3 przedstawia tablicę wypłat dla wybranych parametrów. Dla każdej kombinacji polityki fiskalnej i monetarnej podano tempo wzrostu PKB – lewy dolny róg każdej komórki oraz poziom inflacji – prawy górny róg.

Najniższa inflacja, ale jednocześnie najniższy wzrost gospodarczy występuje w przypadku wyboru kombinacji skrajnie restrykcyjnych polityk: monetarnej i fiskalnej (lewy górny róg tablicy wypłat). Wraz ze wzrostem stopnia ekspansywności polityki monetarnej i obniżaniem stopy procentowej (przejście w prawo) zwiększa się inflacja i rośnie tempo wzrostu PKB. Również na skutek wzrostu ekspansji polityki fiskalnej i rosnącego deficytu budżetowego (przejście w dół) następuje wzrost inflacji i dynamiki produkcji. Najwyższą inflacją, ale i najszybszym wzrostem PKB charakteryzuje się gospodarka, gdy zarówno polityka pieniężna jak i budżetowa mają charakter skrajnie ekspansywny (prawy dolny róg tablicy). Dodatkowo w tabeli zaznaczono optymalne strategie fiskalne wybierane przez rząd dla każdej możliwej strategii monetarnej na podstawie kryterium minimalizacji odchyień dynamiki PKB od wartości pożądaných (planowane tempo wzrostu przyjęto na poziomie 3,5%), a także optymalne strategie monetarne w odpowiedzi na różne możliwe strategie fiskalne (na podstawie kryterium minimalizacji odchyień inflacji od celu inflacyjnego, przyjętego na poziomie 2,5%).

Można zauważyć, że stopień restrykcyjności polityki monetarnej zależy od tego, jaką politykę fiskalną wybierze rząd. Im bardziej ekspansywna jest polityka fiskalna, tym bardziej restrykcyjną politykę pieniężną w odpowiedzi stosuje bank centralny, aby uniknąć nadmiernej inflacji, przekraczającej cel inflacyjny. Dla wyższych wartości deficytu budżetowego pożądana wartość inflacji jest osiągnięta przy odpowiednio wyższych stopach procentowych. Analogicznie, gdy rząd prowadzi bardziej restrykcyjną politykę budżetową, bank centralny, dążąc do osiągnięcia celu inflacyjnego, może przystać na mniej restrykcyjną, bardziej ekspansywną politykę pieniężną z odpowiednio niższymi stopami procentowymi. Również stopień restrykcyjności/ekspansywności polityki fiskalnej zależy od stosowanej przez bank centralny polityki monetarnej. Im bardziej restrykcyjna polityka pieniężna, tym w odpowiedzi bardziej ekspansywna polityka budżetowa, ponieważ osiągnięcie pożądanego tempa wzrostu przy wyższym poziomie stóp procentowych wymaga bardziej zdecydowanej, pro wzrostowej, ekspansywnej polityki fiskalnej, charakteryzującej się wyższym deficytem budżetu. I odwrotnie, w odpowiedzi na bardziej ekspansywną politykę pieniężną, rząd ogranicza stopień ekspansji budżetowej prowadząc odpowiednio bardziej restrykcyjną politykę fiskalną.

**Tabela 3** Tablica wypłat. Optymalne strategie fiskalne i monetarne

		Polityka monetarna – realna stopa procentowa (w punktach procentowych)							
		3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0	
Polityka fiskalna – deficyt budżetu w relacji do PKB (w p. proc.)	0,0	0,02	0,33	0,81	1,51	2,46	3,65	5,00	
	0,5	1,24	1,38	1,60	1,91	2,34	2,89	3,50	
	1,0	0,63	0,95	1,42	2,12	3,07	4,27	5,61	
	1,5	1,97	2,11	2,33	2,65	3,08	3,62	4,23	
	2,0	1,18	1,49	1,97	2,66	3,61	4,81	6,16	
	2,5	2,62	2,77	2,98	3,30	3,73	4,27	4,89	
	3,0	1,61	1,92	2,40	3,09	4,05	5,24	6,59	
	3,5	3,14	3,28	3,50	3,82	4,25	4,79	5,41	
	4,0	1,93	2,24	2,72	3,41	4,36	5,56	6,90	
	4,5	3,52	3,66	3,88	4,20	4,63	5,17	5,78	
5,0	2,14	2,46	2,93	3,63	4,58	5,77	7,12		
5,5	3,78	3,92	4,14	4,46	4,89	5,43	6,04		
6,0	2,28	2,60	3,07	3,77	4,72	5,92	7,26		
6,5	3,95	4,09	4,31	4,63	5,06	5,60	6,22		
7,0	2,38	2,69	3,16	3,86	4,81	6,01	7,35		
7,5	4,06	4,20	4,42	4,74	5,17	5,71	6,32		
8,0	2,43	2,74	3,22	3,92	4,87	6,06	7,41		
8,5	4,13	4,27	4,49	4,80	5,24	5,78	6,39		
9,0	2,47	2,78	3,26	3,95	4,90	6,10	7,45		
9,5	4,17	4,31	4,53	4,85	5,28	5,82	6,43		

Parametry:  $\alpha_1=6; \beta_1=1; \chi_1=1; \alpha_2=-5; \beta_2=1; \chi_2=1; \delta_1=3; \alpha_3=5; \beta_3=1; \chi_3=1; \alpha_4=-11; \beta_4=1; \chi_4=1; \delta_2=8$ . Oznaczenia: optymalne strategie: 3,50 –fiskalne, 2,40 – monetarne. Pożądany wzrost PKB = 3,5%, cel inflacyjny=2,5%

**Tabela 4** Optymalne strategie fiskalne i monetarne. Równowaga Nasha

		Polityka monetarna – realna stopa procentowa (w punktach procentowych)													
		3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,87	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00
Polityka fiskalna – deficyt budżetu w relacji do PKB (w p. proc.)	0,00										p				y
	0,25										p				y
	0,50										p		y	y	
	0,75										p		y		
	1,00										p	y			
	1,25										p	y			
	1,37										<b>E</b>	y			
	1,50					y	p								
	1,75		y	y	y	p									
	2,00	y			p										
	2,25			p											
	2,50			p											
	2,75		p												
	3,00		p												
	3,25		p												
	3,50		p												
	3,75		p												
4,00	p														
4,25	p														
4,50	p														

Parametry jak w tab. 3. Optymalne strategie: y – fiskalne dla pożądanego wzrostu PKB 3,5%, p – monetarne dla celu inflacyjnego 2,5%, równowaga Nasha: E

**Tabela 5** Optymalne strategie fiskalne i równowaga Nasha a priorytety rządu

		Polityka monetarna – realna stopa procentowa (w punktach procentowych)													
		3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,87	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00
Polityka fiskalna – deficyt budżetu do PKB (w p. proc.)	0,00											$y_{1,2}$	$y_{1,2}$	$y_{1,2}$	
	0,25											$y_1$		$y_2$	$y_3$
	0,50									$y_1$	$y_1$	$y_2$	$y_2$	$y_3$	
	0,75								<b>E1</b>		$y_2$		$y_3$		
	1,00				$y_1$	$y_1$	$y_1$	$y_1$		$y_2$		$y_3$			
	1,25		$y_1$	$y_1$					$y_2$		$y_3$				
	1,37	$y_1$					<b>E2</b>	$y_2$							
	1,50					$y_2$				$y_3$					
	1,75		$y_2$	$y_2$	$y_2$				$y_3$						
	2,00	$y_2$					$y_3$	$y_3$							
	2,25					$y_3$									
	2,50				$y_3$										
	2,75			$y_3$											
	3,00		<b>E3</b>												
	3,25	$y_3$													
3,50															

Parametry jak w tab. 3. Optymalne strategie fiskalne dla pożądanego wzrostu PKB  $y_1=3,0\%$ ,  $y_2=3,5\%$ ,  $y_3=4,0\%$ . Oznaczenia:  $y_{1,2}$  – gdy strategia jest optymalna dla celów  $y_1$  i  $y_2$ . E1, E2 i E3 – stany równowagi Nasha dla celu inflacyjnego  $p_2=2,5\%$  oraz trzech alternatywnych priorytetów polityki fiskalnej:  $y_1$ ,  $y_2$  i  $y_3$ , charakteryzujących planowany wzrost PKB

**Tabela 6** Optymalne strategie monetarne i równowaga Nasha a priorytety banku centralnego

		Polityka monetarna – realna stopa procentowa (w punktach procentowych)													
		3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,87	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00
Polityka fiskalna – deficyt budżetu do PKB (w p. proc.)	0,00									$p_1$	$p_2$	$p_3$			
	0,25								$p_1$	$p_2$	$p_3$				
	0,50								$p_1$	$p_2$	$p_3$				
	0,75							$p_1$	$p_2$	$p_3$					
	1,00					$p_1$			$p_2$	<b>E3</b>					
	1,25				$p_1$				$p_2$	$p_3$					
	1,37				$p_1$		<b>E2</b>		$p_3$						
	1,50			$p_1$			$p_2$		$p_3$						
	1,75		<b>E1</b>			$p_2$		$p_3$							
	2,00		$p_1$		$p_2$			$p_3$							
	2,25	$p_1$		$p_2$			$p_3$								
	2,50	$p_1$		$p_2$		$p_3$									
	2,75	$p_1$	$p_2$			$p_3$									
	3,00	$p_1$	$p_2$			$p_3$									
	3,25	$p_1$	$p_2$			$p_3$									
3,50	$p_1$	$p_2$		$p_3$											

Parametry jak w tab. 3. Optymalne strategie monetarne dla celu inflacyjnego:  $p_1=2,0\%$ ,  $p_2=2,5\%$ ,  $p_3=3,0\%$ . E1, E2 i E3 – stany równowagi Nasha dla pożądanego wzrostu PKB  $y_2=3,5\%$  oraz trzech alternatywnych priorytetów polityki monetarnej  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$

W następnych tabelach (4-6) zastosowano zmniejszenie skoku wartości instrumentu w celu dokładniejszego przedstawienia wyników, w tym określenia położenia stanu równowagi. Ze względu na czytelność ograniczono się do zaznaczenia optymalnych strategii fiskalnych i monetarnych bez podawania wartości inflacji i dynamiki PKB. Tabela 4 przedstawia optymalne strategie fiskalne i monetarne dla pożądanego wzrostu PKB i inflacji założonych odpowiednio na poziomie 3,5% oraz 2,5% z uwzględnieniem większej liczby strategii po stronie polityki budżetowej i pieniężnej. Dla przyjętych parametrów oraz priorytetów władz fiskalnych i monetarnych w prowadzeniu polityki, stan równowagi Nasha odpowiada kombinacji stosunkowo neutralnych polityk: zarówno fiskalnej jak i monetarnej, charakteryzowanych przez deficyt budżetu państwa w relacji do PKB na poziomie 1,375% oraz realną stopę procentową w wysokości 1,875%. Oczywiście przy zmianie parametrów charakteryzujących skuteczność oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej oraz zakresu efektywnych wahań tych instrumentów można uzyskać inne wyniki. Badania symulacyjne uwzględniające wpływ parametrów na wybór *policy-mix* będą przedmiotem kolejnych publikacji.

Zmiana priorytetów w ramach polityki fiskalnej znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądanego tempa wzrostu PKB powoduje przesunięcie optymalnych strategii budżetowych odpowiednio w kierunku bardziej ekspansywnej polityki fiskalnej na skutek wyznaczenia ambitniejszych celów w zakresie wzrostu gospodarczego bądź w kierunku bardziej restrykcyjnej polityki budżetowej w przeciwnym przypadku (tab. 5). Również zmiana priorytetów władz monetarnych znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądanego tempa inflacji powoduje przesunięcie optymalnych strategii pieniężnych: w kierunku bardziej ekspansywnych polityk monetarnych w przypadku łagodzenia priorytetów banku centralnego i tym samym podwyższania celu inflacyjnego lub w kierunku bardziej restrykcyjnych polityk pieniężnych pod wpływem ustalenia nowego celu inflacyjnego na niższym, bardziej restrykcyjnym poziomie (tab. 6). Pod wpływem zmian priorytetów władz fiskalnych i monetarnych, zmianie ulega również usytuowanie stanu równowagi Nasha w grze.

#### 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Do wyznaczenia wypłat w grze fiskalno-monetarnej zastosowano zmodyfikowaną funkcję logistyczną, zakładając tym samym ograniczoną skuteczność

oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej na koniunkturę gospodarczą, w tym na wzrost PKB i inflację.

Przedstawiono pierwsze wyniki wskazujące na możliwość istnienia różnych stanów równowagi Nasha w zależności od skuteczności oddziaływania instrumentów *policy-mix*, a także od priorytetów przyjętych przez rząd i bank centralny w kształtowaniu stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej. Badania skoncentrowano na przypadku gry, w którym zgodnie z wariantem założeń A, przyjęto, że wzrost deficytu budżetowego, *ceteris paribus*, powoduje przyspieszenie dynamiki PKB. Ponadto założono, że władze monetarne dążą do pożądanego poziomu inflacji, tzw. celu inflacyjnego, a władze fiskalne – do osiągnięcia pożądanego (zaplanowanego) wzrostu gospodarczego.

Wyniki wskazują, że pod wpływem zmian priorytetów banku centralnego i rządu, i co za tym idzie, optymalnych strategii w zakresie polityki monetarnej i fiskalnej, zmianie ulega również usytuowanie stanu równowagi Nasha w grze, utożsamiane z wyborem *policy mix*. Im bardziej restrykcyjne cele władz monetarnych, tzn. niższy cel inflacyjny, i im bardziej ambitne cele władz fiskalnych w zakresie dynamiki PKB, tym stan równowagi Nasha usytuowany jest bliżej skrajnie restrykcyjnej polityki pieniężnej i skrajnie ekspansywnej budżetowej. W miarę zmian priorytetów oznaczających łagodzenie wyznaczonych do realizacji celów *policy-mix*, stan równowagi przesuwa się w kierunku bardziej neutralnej polityki makroekonomicznej.

W pracy przedstawiono jedynie wstępne wyniki badań, które będą kontynuowane w kierunku uwzględnienia wpływu parametrów charakteryzujących skuteczność i zakres wahań instrumentów *policy-mix*. Kolejny obszar badań wiąże się nie tylko z analizą stanów równowagi, ale również Pareto-optymalności rozwiązań z zastosowaniem zaproponowanej metodologii.

#### Literatura

1. Beetsma, R., Jensen, H., „Monetary and fiscal policy interactions in a micro-founded model of a monetary union”, *Journal of International Economics*, 67 (2), 2005, s. 320–352
2. Bennett, N. Loayza, H., „Policy Biases when the Monetary and Fiscal Authorities have Different Objectives”, *Central Bank of Chile Working Papers*, No 66, 2001, s. 299-330
3. Blinder A. S., „Issues in the Coordination of Monetary and Fiscal Policy”, w: *Monetary Policy in the 1980s*, Federal Reserve Bank of Kansas City, 1983, s. 3-34
4. Canzoneri M., Cumby R., Diba B., „The Interaction Between Monetary and Fiscal Policy”, w: *Handbook of Monetary Economics*, Friedman B. M., Woodford M.,



- (editors), vol. 3B, The Netherlands: North-Holland, 2011, s. 935-999
5. Eijffinger S. W., DeHaan J., „The political economy of central bank independence”, Princeton University, Princeton, 1996
  6. Kot A., „Metody kwantyfikacji restrykcyjności monetarnej, fiskalnej oraz policy mix w krajach akcesyjnych”, *Bank i Kredyt*, No 6, 2003
  7. Linnemann, L., Schabert, A., „Debt non-neutrality, policy interactions, and macroeconomic stability”, *Working Paper International Economics Review (Philadelphia)* 51 (2), 2010, s. 461–474
  8. Marszałek P., „Zastosowanie teorii gier do badania koordynacji polityki pieniężnej i polityki fiskalnej”, w: *Studia z bankowości centralnej, Przybylska-Kapuścińska W. (red.), Zeszyty Naukowe AE w Poznaniu*, nr 56, Poznań 2005, s. 224-247
  9. McCallum, B., „Inflation determination with Taylor rules: Is New-Keynesian analysis critically flawed?”, *Journal of Monetary Economics*, 56, 2009, s. 1101–1108
  10. Nordhaus, William D., „Policy Games: Coordination and Independence in Monetary and Fiscal Policies”, *Brookings Papers on Economic Activity*, No 2, 1994, s. 139–215.
  11. Romer C.D., „Federal Reserve Information and the Behavior of Interest Rates”, *American Economic Review*, 90 (3), June 2000, s. 429-457
  12. Rotemberg, J., Woodford M., „Interest Rate Rules in an Estimated Sticky Price Model”, w: *Monetary Policy Rules*, Taylor J. B., (ed.), University of Chicago Press, Chicago 1999
  13. Sargent T., Wallace N., „Some Unpleasant Monetarist Arithmetic”, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, vol. 5, 1981, s. 1-17
  14. Szpunar P., „Polityka pieniężna. Cele i warunki skuteczności”, PWE, Warszawa 2000
  15. Taylor, J. B., „Discretion versus Policy Rules in Practice”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*”, vol. 39 (December 1993), s. 195-214
  16. Wojtyna A., „Niezależność banku centralnego a teoretyczne i praktyczne aspekty koordynacji polityki pieniężnej i fiskalnej”, *Bank i Kredyt*, No 6, 1996
  17. Woroniecka-Leciejewicz I., „Analiza policy-mix z uwzględnieniem interakcji decyzyjnych między bankiem centralnym a rządem i ich preferencji”, *Zeszyty Naukowe Wydziału Informatycznych Technik Zarządzania Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania „Współczesne Problemy Zarządzania”* No 1, Warszawa 2011
  18. Woroniecka-Leciejewicz I., „Decision interactions of monetary and fiscal authorities in the choice of policy mix”, the special issue *Journal of Organisational Transformation and Social Change: Corruption and Good Governance*, Intellect - Publishers of Original Thinking, UK, vol. 7 no 2, 2010, s. 189-210
  19. Woroniecka-Leciejewicz I., „Równowaga w grze fiskalno-monetarnej a priorytety banku centralnego i rządu”, w: *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '10*, Trzaskalik T. (red.), AE im. K. Adamickiego, Katowice 2010, s. 327-343
  20. Woroniecka-Leciejewicz I., „Analiza stanów równowagi w grze fiskalno-monetarnej ze skończoną liczbą strategii”, w: *Kapitał społeczny i ludzki - społeczeństwo informacyjne - gospodarka - zarządzanie - informatyka*, Owsiański J.W. (red.), *Studia i materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą*, tom 32, Bydgoszcz 2010, s. 49-61
  21. Woroniecka-Leciejewicz I., „Dylemat więźnia i inne przypadki grze monetarno-fiskalnej”, w: *Badania operacyjne i systemowe: decyzje, gospodarka, kapitał ludzki i jakość*, Owsiański J.W., Nahorski Z., Szapiro T. (red.), seria *Badania Systemowe*, tom 64, IBS PAN, Warszawa 2008, s. 161-172
  22. Woroniecka I., „Pareto-optimalność rozwiązań w grze między bankiem centralnym a rządem”, w: *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '08*, Trzaskalik T. (red.), Katowice 2008, s. 127-142
  23. Woroniecka I., „Analiza priorytetów banku centralnego w polityce stóp procentowych”, *Ekonomista*, No 4, 2007, s. 559-580
  24. Woroniecka I., „Gra o politykę makroekonomiczną między bankiem centralnym a rządem”, w: *Badania Operacyjne i Systemowe 2006. Analiza systemowa w globalnej gospodarce opartej na wiedzy: e-wyzwania*, Urbaczyk E., Straszak A., Owsiański J.W. (red.), *Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT*, Warszawa 2006, s. 153-166