IMPLEMENTACJA LICZB OFN I L-R W KALKULATORZE PORÓWNAWCZYM

Irena Kopyszka

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego
Instytut Techniki
II rok MU Edukacja Techniczno-Informatyczna
ul.Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz
e-mail: ikzlot@op.pl

Streszczenie: *Artykuł ten pokazuje znaczenie logiki rozmytej w życiu codziennym. Zawiera on podstawowe pojęcia z tej dziedziny. Wskazuje praktyczne wykorzystanie teorii zbiorów rozmytych. Porównuje jej arytmetykę z arytmetyką skierowanych liczb rozmytych. Opracowany program Skier_LR w wyniku testowania pozwala na sformułowanie wniosku: skierowane liczby rozmyte pozwalają poszerzyć dziedzinę rozwiązań w porównaniu z klasycznym ujęciem liczb rozmytych.*

Słowa kluczowe: *Liczba rozmyta, skierowana liczba rozmyta, logika rozmyta*

Implementing OFN and L–R numbers in the comparative calculator

Abstarct: *This paper shows the importance of fuzzy logic in everyday live. It includes basic definitions of that field of science. It also indicates to practical applications of fuzzy sets theory. It includes comparison of the fuzzy sets arithmetic with arithmetic of ordered fuzzy numbers. Tests on Skier_LR program permit to conclude that: with fuzzy numbers it is possible to expand the scope of solutions in comparison to fuzzy numbers in classic form.*

Keywords: *fuzzy number, ordered fuzzy number, fuzzy logic*

1. WPROWADZENIE

Ciężko jest nam wyobrazić sobie życie bez takich urządzeń jak: pralka, lodówka. komputer czy też inne urządzenia codziennego użytku. Nie wszyscy jednak wiedzą, że podstawą ich działania jest logika rozmyta *(ang. fuzzy logic*) czyli operacje na nieprecyzyjnych danych (ciepło, zimno, szybko, „prawie 5” itp.).
Twórcą *Fuzzy logic* jest amerykański matematyk, profesor Uniwersytetu Columbia w Nowym Jorku i Berkeley w Kalifornii – Lotfii Askar Zadeha, który w roku 1965 w czasopiśmie „Information and Control” opublikował artykuł „Fuzzy sets”. Zdefiniował w nim pojęcie zbioru rozmytego, dzięki czemu nieprecyzyjne dane mogły zostać opisane wartościami z przedziału (0,1). Przypisana liczba oznacza ich stopień przynależności do tego zbioru. Warto przy tym wspomnieć, że L.Zadeh w swojej teorii wykorzystał artykuł dotyczący logiki trójwartościowej, opublikowany 45 lat wcześniej przez Polaka – Jana Łukaszewicza, Dlatego też wielu naukowców na świecie uważa właśnie tego Polaka za „ojca” logiki rozmytej.
Dziesięć lat później teoria ta znalazła zastosowanie po raz pierwszy. W 1975 roku E.Mamdanii opisał i zbudował pierwszy układ sterowania.
Największe zainteresowanie zyskała logika rozmyta w Japonii. Stała się ona podstawą projektu układu sterowania metra Sendai, tutaj też znalazła zastosowanie w urządzeniach domowych takich jak: pralki, lodówki, kamery video oraz w wielu dziedzinach gospodarki. Gwałtowny rozwój techniki w Japonii, opartej na logice rozmytej, spowodował zainteresowanie się tym tematem naukowców z innych krajów. Wydano wiele publikacji dotyczących tego zagadnienia i opracowano wiele programów wykorzystujących modelowanie i sterowanie rozmyte.

Duży wkład w światowy rozwój teorii zbiorów rozmytych wnieśli polscy naukowcy m.in. prof. E. Czogała, prof. J. Kacprzyk czy też prof. W. Pedrycz.
Witold Kosiński, profesor Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy oraz w Polsko-Japońskiej Wyższej Szkole Technik Komputerowych w Warszawie, rozwinął tą teorię o **skierowane liczby rozmyte** (OFN).
Porównując arytmetykę zbiorów rozmytych i skierowanych liczb rozmytych można jednoznacznie stwierdzić, że skierowane liczby rozmyte pozwalają poszerzyć dziedzinę rozwiązań w porównaniu z klasycznym ujęciem liczb rozmytych. Działania wykonywane na nich są mniej skomplikowane a uzyskane wyniki w większości przypadków dokładniejsze.

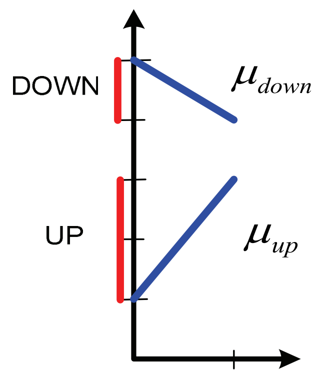
5. PODSTAWOWE POJĘCIA TEORII SKIEROWANYCH LICZB ROZMYTYCH

Każde działanie na liczbach rozmytych niezależnie od tego czy jest to dodawanie, odejmowanie, dzielenie czy mnożenie powoduje zwiększenie nośnika. W skutek wykonania kilku działań na danych liczbach L-R, można otrzymać liczby zbyt szerokie przez co mogą się stać mniej użyteczne. Także rozwiązywanie równań za pomocą klasycznych działań na liczbach rozmytych zazwyczaj jest nie możliwe. Równanie typu A+X = C można rozwiązać za pomocą klasycznych działań na liczbach rozmytych tylko w przypadku, gdy A jest liczbą rzeczywistą.
Pierwsze próby przedefiniowania działań na liczbach rozmytych podjęte zostały w 1993 roku przez profesora Witolda Kosińskiego i jego doktoranta – P. Słysza. Dalsze publikacje prof. W. Kosińskiego przy współpracy z P. Prokopowiczem i D. Ślęzakiem doprowadziły do wprowadzenia modelu **skierowanych liczb rozmytych** (ang. **o**rdered **f**uzzy **n**umbers – **OFN**).

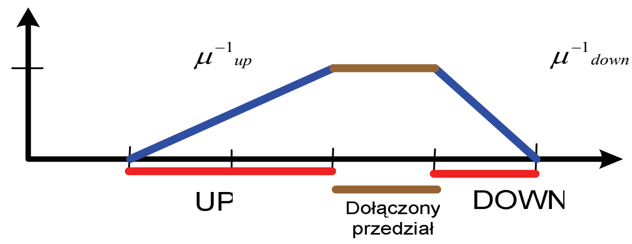
Skierowaną liczba rozmytą A nazywamy uporządkowaną parę funkcji

$$A = (x_{up}, x_{down}),$$

gdzie $x_{up}, x_{down} : [0,1] \to R$ są funkcja mi ciągłymi.
Odpowiednie części funkcji nazywamy: częścią ***up*** i ***down***.



Rysunek 1. Skierowana liczba rozmyta



Rysunek 2. OFN przedstawiona w sposób nawiązujący do liczb rozmytych

Z ciągłości obydwu części wynika, że ich obrazy są ograniczone przedziałami. Odpowiednio otrzymują nazwy: *UP* i *DOWN*.
Dla oznaczenia granic (będących liczbami rzeczywistymi) tych przedziałów przyjęto następujące oznaczenia: $UP = (l_A, 1_A^-)$ oraz $DOWN = (1_A^+, p_A)$.
Jeżeli obydwie funkcje będące częściami liczby rozmytej, są ściśle monotoniczne to istnieją dla nich funkcje odwrotne x_{up}^{-1} i x_{down}^{-1} określone na odpowiednich przedziałach *UP* i *DOWN*. Wówczas prawdziwe jest przyporządkowanie:

$l_A : x_{up}(0)$, $1_A^- := x_{up}(1)$, $1_A^+ := x_{down}(1)$, $p_A := x_{down}(0)$.

Po dodaniu funkcji stałej i równej 1 na przedziale $[1_A^-, 1_A^+]$ otrzymamy UP i DOWN z jednym przedziałem (rys2, gdzie: $\mu_{down} = x_{down}$, $\mu_{up} = x_{up}$), który możemy potraktować jako nośnik. Wówczas funkcję przynależności $\mu_A(x)$ zbioru rozmytego określonego na R definiują równania:

$$\mu_A(x) = 0 \text{ dla } x \notin [l_A, p_A]$$
$$\mu_A(x) = x_{up}^{-1}(x) \text{ dla } x \in UP$$

$\mu_A(x) = x_{down}^{-1}(x)$ dla $x \in DOWN$

W przypadku takiego zdefiniowania zbioru rozmytego otrzymamy dodatkową własność, która nazywana jest **skierowaniem.** Nośnikiem jest przedział

$UP \cup \left[1_A^+, 1_A^-\right] \cup DOWN$.

Wartościami granic części up i down są:

$\mu_A(l_A) = 0$

$\mu_A(1_A^-) = 1$

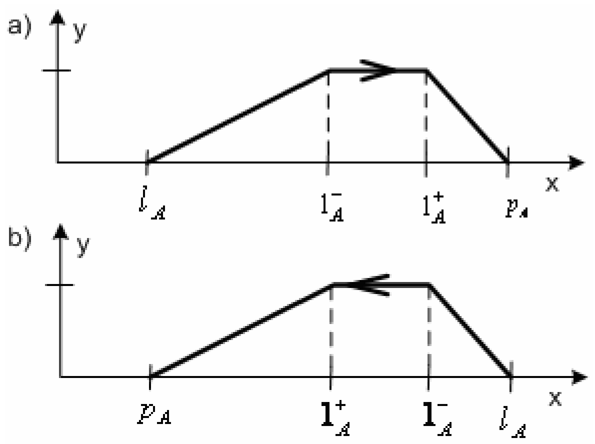
$\mu_A(1_A^+) = 1$

$\mu_A(p_A) = 0$

Ogólnie można przyjąć, że skierowane liczby rozmyte mają postać, trapezoidalną. Każdą z nich można opisać za pomocą czterech liczb rzeczywistych:

A=(l_A 1_A^- 1_A^+ p_A).

Poniższe rysunki przedstawiają przykłady skierowanych liczb rozmytych wraz z punktami charakterystycznymi.



Rysunek 3. Liczba rozmyta skierowana a) dodatnio B) ujemnie.

Funkcją przynależności skierowanej liczby rozmytej A nazywamy funkcję μ_A: $R \rightarrow [0,1]$ określoną dla $x \in R$ następująco:

jeśli $x \notin \sup p_A \quad \Rightarrow \mu_A(x) = 0$

$x \in (1_A^-, 1_A^+) \quad \Rightarrow \mu_A(x) = 1$

$x \in \sup p_A \wedge x \notin (1_A^-, 1_A^+)$

$\Rightarrow \mu_A(x) = \max(f_A^{-1}(x), g_A^{-1}(x)).$

Powyższą funkcję przynależności wykorzystać można w regułach sterowania w sposób podobny do wykorzystania przynależności klasycznych liczb rozmytych. Wszystkie wielkości występujące w sterowaniu rozmytym opisują wybrany element rzeczywistości. Proces określania tej wartości nazywany jest **obserwacją rozmytą.**

Do graficznego przedstawienia skierowanych liczb rozmytych wykorzystuje się **krzywe przynależności**. Wprowadzenie ich wymaga znajomości pojęcia zorientowanych liczb rozmytych.

Zorientowaną liczbę rozmytą (ang. oriented fuzzy number) rozumiemy jako trójkę $A=(\mathbf{R},\mu_A,s_A)$, gdzie $\mu_A : R \rightarrow [0,1]$ jest funkcją przynależności tej liczby, zaś $s_A \in \{-1,0,1\}$ oznacza skierowanie.

Ze względu na **orientację** liczby rozmyte można podzielić na dwie grupy:

OFN o orientacji pozytywnej – o kierunku zgodnym z kierunkiem narastania osi OX

OFN o orientacji negatywnej – o kierunku przeciwnym do kierunku narastania osi OX

Graficzną reprezentacją zorientowanej liczby rozmytej A jest para A=(C_A,s_A). Przy czym $C_A \subseteq \mathbf{R}^2$ jest krzywa opisaną w sposób następujący:

$$C_A = ([l_A, p_A) \times \{0\}) \cup [1^-{}_A, 1^+{}_A] \times \{1\} \cup up_A \cup down_A$$

gdzie: up_A i $down_A$ $\subseteq \mathbf{R}^2$ i są wykresami monotonicznych funkcji;

s_A oznacza skierowanie;

zaś C_A to krzywa przynależności.

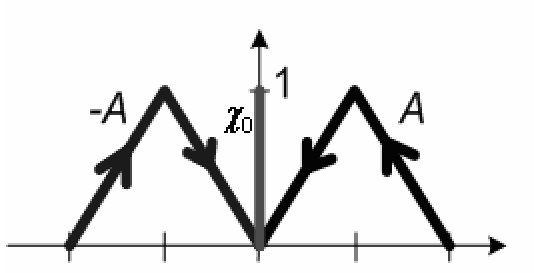
Funkcje f_A,g_A odpowiadają odpowiednio częściom up_A , $down_A \subseteq \mathbf{R}^2$ tak, że:

$up_A = \{(f_A(y), y) : y \in [0,1]\}$

$down_A = \{(g_A(y), y) : y \in [0,1]\}$

Orientacja odpowiada kolejności wykresów f_A i g_A.

Graficzną interpretację dwóch liczb rozmytych przeciwnych i liczby rzeczywistej χ_0 przedstawia poniższy rysunek.



Rysunek 4. Liczby przeciwne oraz liczba rzeczywista

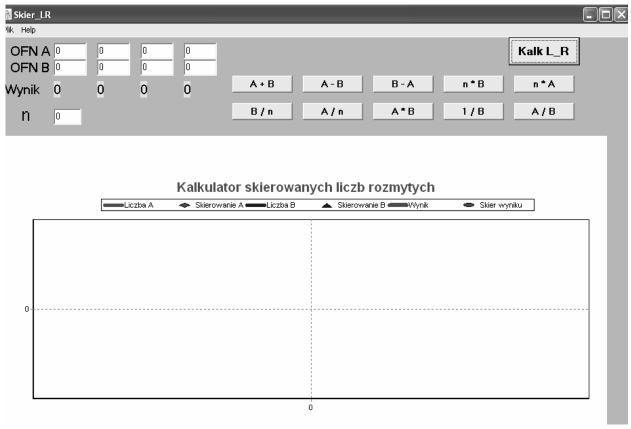
Liczby przeciwne mają przeciwne skierowanie.
Odwróceniem orientacji skierowanej liczby rozmytej A nazywamy zamianę części *up* (funkcji f_A) z częścią down (funkcją g_A). Działanie to oznaczane jest następująco:

$$B = A|^{-} \Leftrightarrow g_B = f_A \wedge f_B = g_A$$

gdzie:
A oznacza skierowana liczbę rozmytą określoną przez parę funkcji (f_A, g_A),
B jest wynikiem operacji odwracania orientacji OFN,
$|^{-}$ jest symbolem odwracania orientacji OFN.
Liczbę otrzymaną w ten sposób nazywamy liczba odwróconą OFN lub liczba o odwrotnej orientacji.

6. DZIAŁANIA NA SKIEROWANYCH LICZBACH ROZMYTYCH Z WYKORZYSTANIEM KALKULATORA PORÓWNAWCZEGO *SKIER_LR*

Program ***Skier_LR*** został stworzony w celu przestawienia graficznej interpretacji, wykonywanych operacji na skierowanych liczbach rozmytych. Dodatkowo wyposażony jest w moduł ***Kalk L-R***. Dzięki temu można porównać niektóre działania na tych liczbach. Zaimplementowany został w programie Delphi.



Rysunek 5. Okno główne programu

W oknie edycji tekstu wpisujemy wartości liczby rozmytej A i B oraz współczynnik *n*. Liczba OFN A ma postać (a1, 0),(a2, 1),(a3, 1),(a4, 0) a liczba B (b1, 0),(b2, 1),(b3, 1),(b4, 0). Po wybraniu działania zostają one wyświetlone wraz z wynikiem na wykresie.

```
begin
a1:=StrToFloat(edit1.Text);
a2:=StrToFloat(edit2.Text);
… … …
```

Wyczyszczenie liczby A na wykresie następuje po wykonaniu przez program poniższego kodu:

```
Series2.Clear;
```

W dalszej części programu punkty liczby A zostają połączone w podanej kolejności

```
series2.XValues.Order:=loNone;
Series2.AddXY(a1,0);
Series2.AddXY(a2,1);
Series2.AddXY(a3,1);
Series2.AddXY(a4,0);
… … …
```

Wykreślenie skierowania liczby A na wykresie:

```
Series5.AddXY(a1,0);
… … …
end;
```

Po dokonaniu wyboru działania wykonywane są programy, których fragmenty przedstawione są poniżej. Po wybranego zadania następuje wyświetlenie liczb A i B.

Suma liczb A i B.
Po wprowadzeniu danych program wykonuje następujące operacje:

```
c1:=a1 + b1;
c2:=a2 + b2;
c3:=a3 + b3;
```

```
c4:=a4 + b4;
```

Program wyświetla uzyskane wyniki:

```
Label4.Caption:=FloatToStr(c1);
… … …
```

Następuje wyczyszczenie wyniku poprzedniego i rysowanie wyniku operacji na wykresie oraz jego skierowania.

```
Series1.Clear;
Series1.XValues.Order:=loNone;
Series1.AddXY(c1,0);
Series1.AddXY(c2,1);
Series1.AddXY(c3,1);
Series1.AddXY(c4,0);

Series4.Clear;
Series4.AddXY(c1,0);
```

Podczas **odejmowania** program realizuje kod:

```
c1:=a1 - b1;
c2:=a2 - b2;
………
```

Dalsza część programu jest taka sama jak przy dodawaniu.

Mnożenie przez stałą *n:*

```
c1:= a1 * n;
c2:= a2 * n;
... ... ...
```

Dzielenie skierowanej liczby rozmytej przez n zabezpieczone jest przed dzieleniem przez zero.

```
if n<>0 then
begin
c1:= a1 / n;
c2:= a2 / n;
… … …
```

W przeciwnym wypadku do powyższego działania następuje wyświetlenie komunikatu "Dzielenie przez zero!":

```
end else
Label9.Caption:='Dzielenie przez 0!';
end;
```

Mnożenie OFN wymaga wyznaczenia równań prostych, będących ramionami liczby rozmytej.

Wyznaczanie współczynnika kierunkowego prostych - ramion liczby rozmytej

```
if a2-a1<>0 then begin
upa11:=1/(a2-a1);
end else
upa11:=0 ;
if a1-a2<>0 then begin
upa12:=a1/(a1-a2);
end else
upa12:=0 ;
… … …
```

W dalszej części następuje wyznaczenie końców przedziałów iloczynu liczb rozmytych A*B

```
c1:=a1*b1;
c2:=a2*b2;
… … …
```

Podział przydziału (0,1) na osi y i wyznaczanie poszczególnych punktów:

```
m1:=1/10;
m2:=m1*2;
… … …
```

W dalszej części wyznaczone zostają wartość argumentów dla ramion up liczby A i B dla wartości m1, m2. itd.

```
m1, m2...
p1:=m1*(a2-a1)+a1;
p2:=m2*(a2-a1)+a1;
… … …
o1:=m1*(b2-b1)+b1;
o2:=m2*(b2-b1)+b1;
… … …
```

Poniższy kod przedstawia wyznaczanie kolejnych punktów między przedziałem iloczynu A*B oraz obliczanie dla nich wartości y (fc1, fc2 itd.

```
fc1:=p1*o1;
fc2:=p2*o2;
… … …
```

Dalej wyznaczana jest wartość argumentów dla ramion down liczby A i B dla wartości m1, m2, itd.

```
p11:=m1*(a3-a4)+a4;
p22:=m2*(a3-a4)+a4;
… … …
o11:=m1*(b3-b4)+b4;
o22:=m2*(b3-b4)+b4;
… … …
```

Obliczanie wartości y dla kolejnych punktów między przydziałem iloczynu A*B:

```
fc11:=p11*o11;
fc22:=p22*o22;
... ... ...
```

Iloraz skierowanych liczb rozmytych A/B

Dzielenie to mnożenie danej liczby przez liczbę odwrotną do dzielnika. Procedura wyznaczania ramion, wartości argumentów, podziału przedziału (0,1) na osi y i ilustracji graficznej na wykresie jest taka sama jak przy mnożeniu. Końce przedziałów iloczynu OFN A i odwrotności OFN B i wyznacza następująca procedura:

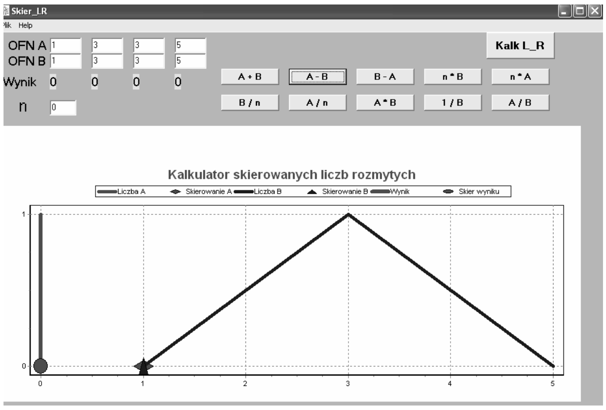
```
c1:=a1*(1/b1);
c2:=a2*(1/b2);
… … …
m1:=1/10;
m2:=m1*2;
… … …
```

Program wyznacza wartości argumentów dla ramion up i down dla danych punktów, wyznacza kolejne punkty odwrotności i oblicza dla nich wartości.

```
fc1:=1/o1;
… … …
n1:=p1*fc1;
… … …
p11:=m1*(a3-a4)+a4;
… … …
o11:=m1*(b3-b4)+b4;
… … …
fc11:=1/o11;
… … …
n11:=p11*fc11;
```

Skier_LR wyposażony jest w dodatkowy moduł, który uruchamiany jest za pomocą przycisku ***Kalk L-R.*** Zawiera on procedury obliczania sumy, różnicy i iloczynu liczb postaci L-R. Dzięki temu można porównać niektóre wyniki otrzymane na liczbach L-R i OFN. Wprowadzona liczba rozmyta ma postać (m, α, β) gdzie α i β to rozrzuty lewo- i prawostronne.

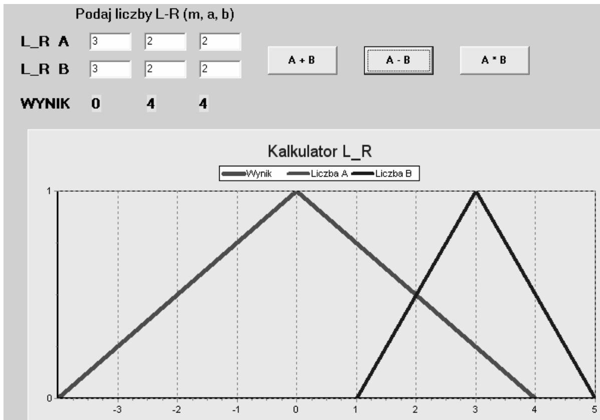
W wyniku przeprowadzonych testów za pomocą kalkulatora porównawczego można stwierdzić, że działania wykonywane na skierowanych liczbach rozmytych są w wielu dokładniejsze niż wykonywane na liczbach L-R gdyż nie zwiększa się tak bardzo ich nośnik.
Odejmowanie liczb typu: 3-3, daje inny wynik w przypadku liczb LR a inny w przypadku OFN.



Rysunek 6. Wynik odejmowania 3-3 na liczbach OFN

Wynikiem tego działania jest zero rzeczywiste. Nośnik jest równy zero.

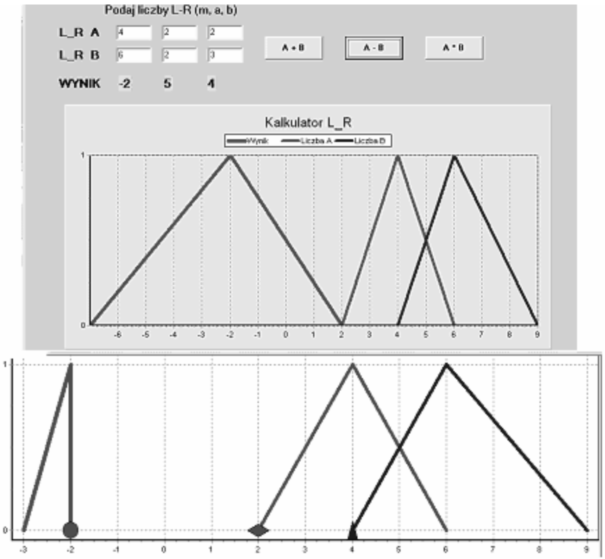
Poniższy rysunek przedstawia to działanie wykonane w programie ***Kalk_LR.***



Rysunek 7. Wynik odejmowania 3-3 na liczbach L-R

W pierwszym przypadku otrzymaliśmy zero rzeczywiste. Drugi wynik (działanie na L-R) to zero rozmyte.

Porównując wynik odejmowanie dwóch liczb postaci L-R przedstawione na rysunku nr 8 z wynikiem otrzymanym na przedstawionym tutaj kalkulatorze dojdziemy również do takiego samego wniosku jak poprzednio: w wyniku odejmowanie OFN zmniejsza się rozmycie.



Rysunek 8. Porównanie różnicy takich samych liczb w postaci L-R i OFN

Jak łatwo można zauważyć nośnik liczby otrzymanej wyniku w przypadku skierowanych liczb rozmytych jest mniejszy.

Każde działanie wykonywane na liczbach L-R niezależnie od tego czy jest to dodawania czy odejmowanie zwiększa nośnik, czyli obszary nieprecyzyjności. Zatem wykonanie kilku działań na tych liczbach może spowodować takie rozmycie, że otrzymana wielkość nie będzie użyteczna.

Rozwiązanie równania typu A +X= C za pomocą reprezentacji L-R staje się niemożliwe do wykonania za pomocą działań, gdyż $X + A + (-A) \neq 0$ oraz $X * A * A^{-1} \neq X$.

Każde działanie odwrotne na liczbach L-R spowoduje powiększenie nośnika. Nie da się tego rozwiązać metodą obliczeniową. Jedynie metodą prób i błędów.

Inaczej jest w wyniku działań na skierowanych liczbach rozmytych. Rozwiązanie takiego równania jest wykonywalne metoda obliczeniową.

Przykład

Wyznaczyć liczbę X spełniającą równanie A+X = C

A(1,1,2)+ X = C(5,2,3)

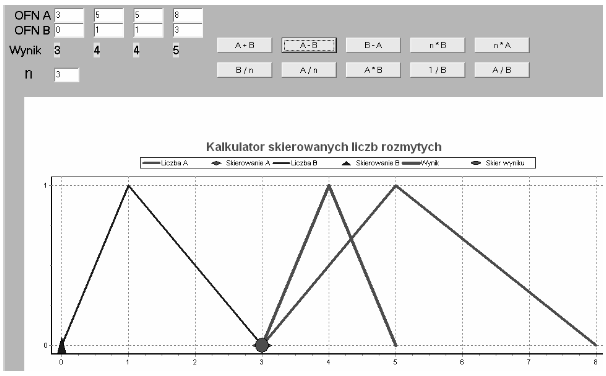
Rozwiązujemy to metodą obliczeniową.

A[0,1,1,3]+X = C[3,5,5,8]

X = C – A

X = [3,4,4,5]

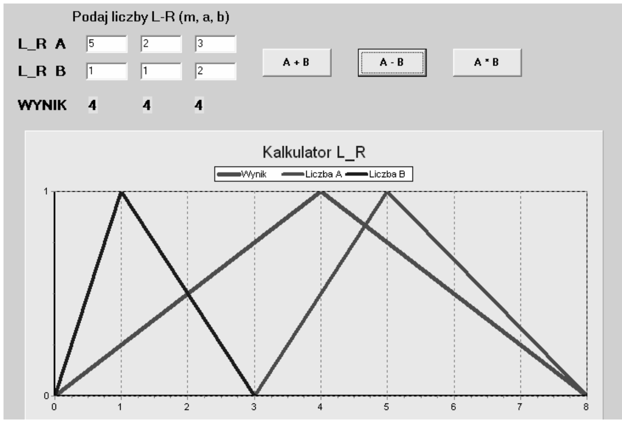
Przedstawiamy te liczby w postaci OFN I wykonujemy obliczenia za pomocą kalkulatora ***Skier_LR.***



Rysunek 9. Rozwiązanie równania A+X=C za pomocą odejmowania OFN

W wyniku obliczeń na liczbach L-R uzyskuje się wynik (4,4,4). Jednakże w wyniku sprawdzenia za pomocą dodawania (A+X), uzyskamy wynik różny od C. Wynik prawidłowy (4,1,1) możemy uzyskać jedynie metodą prób i błędów. Jest to kłopotliwe I nie zawsze możliwe do wykonania.

Poniższy rysunek przedstawia rozwiązanie tego samego działania dla liczb L-R, wyznaczony za pomocą modułu ***Kalk L-R.***



Rysunek 10. Rozwiązanie równania za pomocą liczb L-R

Sprawdzając poprawność rozwiązania tego równania w obydwu przypadkach, za pomoca liczb L-R otrzymujemy inny wynik zupełnie odmienny od początkowych liczb.Wynik otrzymany podczas sprawdzenia poprawności obliczenia jest zupełnie inny niż liczba wzięta początkowo.

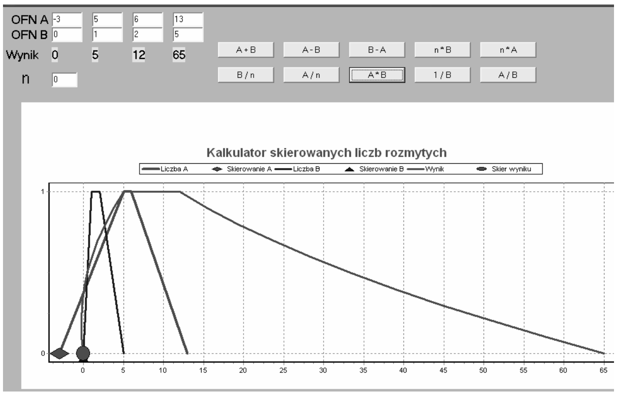
Na liczbach OFN można stosować tak jak na liczbach rzeczywistych prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania (odejmowania).

Przykład

Dane są trzy skierowane liczby rozmyte A(-1,2,2,6), B (-2,3,4,7), C(0,1,2,5).
Sprawdzić prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania

*(A+B)*C = A*C +B*C*

(A+B)*C = (0,5,12,65)
A*C +B*C=(0,5,12,65)



Rysunek 11 Wynik (A+B)*C

7. WNIOSKI

Operacje wykonywane na skierowanych liczbach rozmytych są dokładniejsze niż działania wykonywane na klasycznych liczbach rozmytych. Wyniki działań wykonywanych na nich są takie same jak otrzymane na liczbach rzeczywistych. Wykonywanie kilku działań nie w każdym przypadku powoduje duży wzrost nośnika. Inaczej jest z liczbami rozmytymi, gdzie w wyniku kilku operacji otrzymujemy liczby „zbyt szerokie”. Nieskończenie mały nośnik interpretowany jest jako liczba rzeczywista i dzięki temu można na liczbach OFN stosować prawo łączności i przemienności mnożenie względem dodawania.

Możliwość wykonywania na nich wnioskowania wstecz daje szansę na odtworzenie danych wejściowych poprzez rozwiązanie równania.
Skierowane liczby rozmyte charakteryzuje łatwość i dokładność obliczeniowa. Przykładem może być mnożenie gdzie jednakowa procedura jest dla wszystkich *ordered fuzzy numbers.* Natomiast mnożenie liczb typu L-R jest inne dla dwóch liczb dodatnich, inne dla ujemnych, jeszcze inna procedura wykonuje mnożenie liczb o nieokreślonych znakach i różna dla zer rozmytych.
Opracowany kalkulator porównawczy ***Skier_LR*** wykonuje działania na liczbach OFN i L-R dając możliwość porównania wyników tych działań i sformułowania odpowiednich wniosków.

8. KIERUNKI DALSZYCH BADAŃ

W ostatnich latach nastąpił znaczący rozwój logiki rozmytej, której idea jest oparta na podstawach matematycznych. Dlatego też niektóre środowiska programistyczne wyposażone są w moduły przeznaczone na potrzeby sztucznej inteligencji. Przykładem może być Matlab wyposażony w Fuzzy Logic Toolbox, Statistica z Data Miner czy też Matematica z modułem Fuzzy Logic. Zawierają one odpowiednie narzędzia do tworzenia i modyfikacji systemów opartych na logice rozmytej. Dzięki nim można nie tylko tworzyć, ale i testować złożone systemy rozmyte. Wykorzystanie w nich skierowanych liczb rozmytych stwarza możliwość uzyskania dokładnych danych na podstawie nieprecyzyjnych informacji.
Dzięki liczbom OFN można zwiększyć dokładność nieprecyzyjnych danych. Takie zjawiska jak wzrost czy spadek danej wielkości można nazwać obserwacją rozmytą. Monotoniczność zjawiska może wpłynąć na skierowanie liczby ilustrującej go. Zatem wprowadzenie OFN stwarza nowe możliwości dla projektowania systemów o dużej dynamice. Ujęcie odpowiednie danego tematu przez projektanta daje szansę zastosowania skierowania dla danej właściwości i przedstawieniu go w pojęciu skierowanym. Skoro zaś można wskazać jego skierowanie daje to nowe możliwości dla rozwoju sterowania rozmytego, wytycza nowe drogi badań w dziedzinie logiki rozmytej.
Z każdym rokiem wydawanych jest coraz więcej książek oraz artykułów poświęconych jej zagadnieniom i zastosowaniu. Poszerzenie jej o teorię skierowanych liczb rozmytych pozwala na lepsze wykorzystanie nieprecyzyjnych działań. Prosta algorytmizacja ordered fuzzy numbers daje możliwość ich zastosowania w nowym modelu sterowania, inspiruje do poszukiwania nowych rozwiązań.

Literatura

1. Kacprzak D. „Analiza modelu Leontiewa z użyciem skierowanych liczb rozmytych”, referat wygłoszony na II Konferencja Technologie Eksploracji i Reprezentacji Wiedzy, Białystok 2007 http://wi.pb.edu.pl/oldwi/terw2007/resources/articles/kacprzak_terw2007.pdf.,styczeń 2008.
2. Kosiński W. „On fuzzy number Calculus”, Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2006, Vol. 16, No 1, 51-57.
3. Kosiński W. „Calculation and reasoning with ordered fuzzy numbers”; EUSFLAT-LFA 2005 Joint Conference; http://www.eusflat.org/publications/proceedings/EUSFLAT-LFA_2005
4. Kosiński W., Koleśnik R., Prokopowicz P., Frischmuth K., „On Algebra of Ordered Fuzzy

Numbers”, *Soft Computing Foundations and Theoretical Aspects*, J.Kacprzyk i in. str.291-302, Warszawa 2004.
5. Kosiński W., Prokopowicz P., „Algebra liczb rozmytych”, str.37-63, *Matematyka Stosowana* nr 5/2004.
6. Kosiński W., Prokopowicz P., Ślęzak D.„„On Algebraic Oprerations on Fuzzy Numbers”, Inteligent Information Processing and Web Mining: proceedings of the International IIS:IIPWM’03 Conference held In Zakopane , Poland, June 2-5, 2003.
7. Kosiński W., Słysz P. „Fuzzy numbers and their quotient space with algebraic operations, Bull. Polish Acad. Sci.Ser. Tech. Sci.41 , str. 285-295, 1993 r.
8. Miś B. „Rozmyty świat”, „*Wiedza i życie*” nr 2/1997 No. 1, 125–140
9 Piotrowski T. „Wykorzystanie logiki rozmytej w diagnostyce transformatorów metodami DGA na przykładzie normy IEC – 60599”, Instytut Elektroenergetyki, Łódź 2005.
10. Prokopowicz P. „Algorytmizacja działań na liczbach rozmytych i jej zastosowanie”; rozprawa doktorska, Warszawa, kwiecień 2005.
11. Smejda A. „Application of the Fuzzy Set Theory to Assessment of the Entity’s Ability to Continue as a Going Concern”, “*Bank i kredyt*” lipiec 2006.
12. Trzęsicki K. „Wkład logików polskich w światową informatykę”, referat, Konferencja Technologie Eksploracji i Reprezentacji wiedzy, Białystok 2006.