
ZESZYTY NAUKOWE WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ
W BYDGOSZCZY

Studia Pedagogiczne z. 27

Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna 10

JOLANTA MAKAREWICZ

**O KONIECZNOŚCI DOSKONALENIA NAUCZANIA
GEOMETRII W KLASACH I - III**

1. Wyniki badania osiągnięć szkolnych z matematyki w literaturze

W ostatnim trzydziestoleciu wzrastało w Polsce zainteresowanie nauczaniem początkowym matematyki. W wielu ośrodkach naukowych podejmowano liczne badania nad:

a) stanem osiągnięć szkolnych z matematyki dzieci młodszych (S. Racowski¹, R. Putkiewicz², H. Moroz³, T. Poznańska⁴, W. Sitarska-Niemierko⁵, J. Makarewicz⁶, Z. Kwieciński⁷),

b) zespołem czynników warunkujących kształcenie matematyczne na szczeblu początkowym, a w szczególności:

– rozwojem umysłowym dzieci i ich predyspozycjami psychicznymi do uczenia się matematyki (M. Cackowska⁸, J. Galant⁹, J. Hawlicki¹⁰, E. Stucki¹¹, Z. Putkiewicz¹², E. Gruszczyk-Kolczyńska¹³),

– zakresem treści matematycznych w programach klas początkowych (Z. Korygowska¹⁴, H. Moroz¹⁵, J. Łysek¹⁶),

– doskonaleniem procesu dydaktycznego (J. Galant¹⁷, H. Hanisz¹⁸, W. Hemmerling¹⁹, J. Kujawiński²⁰, J. Makarewicz²¹, T. Poznańska²², T. Potemkowska²³, S. Sokołowski²⁴ i inni).

Modernizacja systemu wychowania przedszkolnego i nauczania początkowe-

go w naszym kraju wymagała również nowych, optymalnych koncepcji metodycznych, nowych podręczników, które stały się także przedmiotem eksperymentów. Wyniki tychże badań opublikowano w pracach teoretycznych i licznych artykułach, np. w „Życiu Szkoły”, „Oświacie i Wychowaniu”, „Kwartalniku Pedagogicznym”, „Edukacji” i w „Matematyce”.

Przedstawiona problematyka prowadzonych badań wczesnoszkolnego nauczania matematyki jest bardzo szeroka i omówienie wyników tych badań nie wydaje się w tym miejscu konieczne. Jednak ze względu na cel artykułu należałoby zwrócić uwagę na wyniki badania osiągnięć uczniów z geometrii.

Powstaje w tym miejscu pytanie: czy poziom osiągnięć szkolnych z geometrii jest taki sam, jak z arytmetyki. Odpowiedzi na to pytanie poszukiwano w licznych sprawozdaniach z badań. Przytoczone tu zostaną niektóre z nich.

Powszechne badania osiągnięć szkolnych z arytmetyki (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie) i geometrii (obwód prostokąta i skala) przeprowadzono w 1960 roku w klasach czwartych (kończących wówczas okres nauczania początkowego). Autorem i wykonawcą ich był S. Racinowski.²⁵ Objęto nimi 1644 uczniów z 19 województw.

Kolejne kompleksowe badania wyników nauczania - uczenia się matematyki przeprowadził Centralny Ośrodek Metodyczny w latach 1966 i 1968, obejmując nimi 14782 uczniów klas czwartych. Test sprawdzający dotyczył treści arytmetycznych (cztery podstawowe działania oraz porównywanie liczb) i geometrycznych (pojęcie skali). Autorem tych badań był H. Moroz²⁶.

Lata siedemdziesiąte, które charakteryzowało wprowadzenie do programu nauczania w klasach I-III nowych treści matematycznych, a w tym geometrycznych, przyniosły również doniesienia z badań osiągnięć uczniów w tej dziedzinie. W roku 1976 H. Moroz przeprowadził badania, w których znaczące miejsce zajęły pojęcia geometryczne (kula, sześcián, koło, kwadrat, trójkąt, prostokąt).

W nieco odmienny sposób badała w 1986 r. osiągnięcia szkolne uczniów klas trzecich W. Sitarska-Niemierko.²⁷ Określiła i skonkretyzowała osiągnięcia konieczne w nauczaniu początkowym matematyki. Do zagadnień geometrycznych, które umieściła na liście umiejętności praktycznych zaliczyła następujące: rozpoznawanie figur, rysowanie odcinków, pomiar długości, obliczanie obwodu, rozpoznawanie odcinków prostopadłych i równoległych.

W tabeli 1 przedstawiono zestawienie wyników omówionych badań osiągnięć uczniów z arytmetyki i geometrii, uzyskanych w poszczególnych latach.

Tabela 1. Znajomość pojęć arytmetycznych i geometrycznych uczniów klas początkowych

Grupa pojęć	Odsetek poprawnych odpowiedzi w roku:					Średni odsetek poprawnych odpowiedzi
	1960	1966	1968	1976	1985	
arytmetycznych	73,7	80,7	68,0	60,3	81,3	72,8
geometrycznych	39,2	70,5	57,3	48,4	66,2	56,9

Z tabeli 1 wynika, że przeciętnie około 15% uczniów lepiej opanowało pojęcia arytmetyczne niż geometryczne. Tę prawidłowość zaobserwować można we wszystkich badanych grupach uczniów młodszych. Jednocześnie stwierdzić można, że różnica między poziomem opanowanych pojęć arytmetycznych a geometrycznych nie była stała. Była ona największa w roku 1960, bo wynosiła 34,5%, a w następnych utrzymywała się na stałym poziomie - około 10%, aż do roku 1985, gdzie wynosiła 15,1%.

A jak przedstawiała się znajomość poszczególnych pojęć geometrycznych uczniów klas początkowych w omawianym okresie? Dane na ten temat zostały ujęte w tabeli 2.

Zestawione w tabeli 2 wyniki dowodzą, że poziom znajomości poszczególnych pojęć geometrycznych nie był równomierny. W roku 1960 aż 80% uczniów nie znało pojęcia obwodu prostokąta i nie potrafiło go obliczać, za to dwadzieścia pięć lat później już tylko 30%. Natomiast w 1976 roku 60% uczniów właściwie rozpoznawało figury płaskie, a po dziewięciu latach liczba tych uczniów zwiększyła się o 30%.

Tabela 2. Znajomość pojęć geometrycznych uczniów klas początkowych w latach 1960-1985

Nazwa pojęcia	Odsetek poprawnych odpowiedzi uzyskany w roku:				
	1960	1966	1968	1976	1985
skala	58,9	70,5	57,3	-	-
obwód prostokąta	19,6	-	-	-	69,0
rozpoznanie figur płaskich	-	-	-	57,1	86,0

rozpoznawanie figur przestrzennych	-	-	-	39,8	-
długość odcinka	-	-	-	-	68,2
równoległość prostokątność	-	-	-	-	45,1

Badania przeprowadzone w 1985 roku wykazały, że najwięcej trudności mieli uczniowie z rozpoznawaniem i określaniem prostokątności i równoległości odcinków (45,1%).

Przedstawione wyniki badań osiągnięć szkolnych z geometrii uczniów klas I-III pozwalają na sformułowanie szeregu wniosków.

Oto niektóre z nich:

1. Poziom osiągnięć uczniów z geometrii jest niższy od poziomu wiedzy z arytmetyki.
2. Zdecydowana większość badaczy twierdzi, iż poziom osiągnięć uczniów młodszych z geometrii jest niezadowolający.
3. Wyniki przeprowadzonych badań diagnostycznych uzasadniają poszukiwania optymalnych sposobów nauczania geometrii, w nich bowiem tkwi możliwość zapobiegania tym negatywnym zjawiskom.

2. Charakterystyka tradycyjnego nauczania geometrii w klasach I - III

Aby modernizować dotychczasowe (tradycyjne) nauczanie geometrii, należy ustalić jego charakterystyczne cechy. W tym celu dokonano następującego zestawienia:

Nauczanie geometrii w sposób tradycyjny

1. Intuicyjne kształtowanie pojęć geometrycznych w klasie I, II i III.
2. Kształtowanie pojęć geometrycznych według modelu:
 - gromadzenie różnorodnych doświadczeń geometrycznych,
 - ukazanie nowego pojęcia w zbiorze innych, znanych i wyodrębnienie go,
 - podanie nazwy i cech charakterystycznych nowego pojęcia,
 - ukazanie różnych przypadków nowego pojęcia,
 - zastosowanie go w typowych sytuacjach.
3. Traktowanie geometrii jako oddzielnego działu matematyki i w związku z tym blokowe jej nauczanie we wszystkich klasach I - III.
4. Jednostronność procesu kształcenia geometrycznego.

Istnieje zatem potrzeba uzasadnienia przedstawionej charakterystyki. W tym celu poddano analizie stenogramy lekcji geometrii, rozkłady materiałów, zapisy w dziennikach lekcyjnych, notatki uczniów w zeszytach szkolnych do matematyki oraz kwestionariusze ankiety przeprowadzonej wśród nauczycieli. Uzyskane tą drogą wyniki pozwoliły skonkretyzować cechy tradycyjnego nauczania geometrii w klasach I - III. Oto one:

Intuicyjne kształtowanie pojęć geometrycznych. Nauczyciele rozumieją pod tym pojęciem następujące fakty:

- nie w pełni uzasadniony sposób ich kształtowania (48%),
- dowolne działanie nauczyciela, jednak ukierunkowane na określone zdobywanie przez uczniów wiedzy o geometrycznej rzeczywistości (21%),
- rodzaj irracjonalnego poznania fragmentów wiedzy geometrycznej (16%),
- nabywanie różnorodnych doświadczeń geometrycznych przez uczniów (15%).

Ta dowolność w interpretowaniu sformułowanego w programie nauczania celu nauczania geometrii²⁸ oraz brak jednoznacznych wskazań metodycznych sprawia, że nauczyciele samodzielnie wypracowują sposoby kształtowania pojęć geometrycznych w klasach I-III.

Model kształtowania pojęć geometrycznych. Analiza stenogramów lekcji geometrii skłania do następującego wniosku: w nauczaniu elementów geometrii na poziomie wczesnoszkolnym istnieje wielka różnorodność sposobów kształtowania pojęć geometrycznych. Najczęściej występujący model postępowania nauczycieli w zapoznawaniu dzieci z pojęciami geometrycznymi przedstawia tabela 3.

Tabela 3. Sposoby kształtowania pojęć geometrycznych w klasach I - III

Sposoby intuicyjnego kształtowania pojęć geometrycznych	Odsetek lekcji geometrii w klasie:		
	I	II	III
1. Model kształtowania pojęć geometrycznych:	69	72	76
– gromadzenie doświadczeń geometrycznych	99	100	100
– ukazywanie nowego pojęcia na tle innych, znanych	96	98	96
– podanie nazwy i cech charakterystycznych pojęcia	100	100	100
– ukazanie różnych przypadków nowego pojęcia	87	99	99
– zastosowanie nowego pojęcia w typowych sytuacjach	100	98	99
2. Inne sposoby	31	28	24

Z tabeli 3 wynika, że zarówno w I, II jak i III klasie intuicyjne kształtowanie pojęć przebiegało zgodnie z wymienionymi pięcioma czynnościami nauczyciela i uczniów, na - przeciętnie - 72% lekcji. Na wszystkich tych lekcjach nauczyciele stwarzali sytuacje dydaktyczne, na których dzieci gromadziły różnego rodzaju doświadczenia geometryczne, a w tym wymienić należy między innymi następujące czynności: ukierunkowaną obserwację otoczenia, przeprowadzenie gier i zabaw o charakterze geometrycznym, komponowanie ornamentów i układanek figur geometrycznych na geoplanie i z klocków, wycinanie modeli tych figur itp.

Nowe pojęcie wskazywał najczęściej nauczyciel, gdyż tylko w 4% przypadków dokonali tego uczniowie. On również podawał jego nazwę i charakteryzował.

Z tabeli 3 wynika również, że szczegółowe przypadki nowego pojęcia zostały ukazane na prawie wszystkich lekcjach w klasie II i III (99%), za to nie zawsze w klasie I (87%). Tam nauczyciele skupiali się przede wszystkim na utrwaleniu nowego pojęcia przez zastosowanie go w typowych sytuacjach.

Przedstawiony sposób kształtowania pojęć geometrycznych skłania również do wniosku, że cały ciężar zapoznawania z nimi brał na siebie nauczyciel, wyłączając tym samym uczniów z aktywnego ich udziału w zdobywaniu wiedzy geometrycznej.

Z omawianej tabeli 3 wynika również, że pojęcia geometryczne kształtowano też innymi sposobami, to jest takimi, których różnorodność jednak nie pozwoliła na sformułowanie innego modelu. Miało to miejsce w 28% lekcji geometrii.

Blokowe nauczanie geometrii.

Z analizy rozkładów materiału z matematyki wynika, że geometria traktowana jest jako odrębny dział matematyki, mimo że program sugeruje realizację jej w powiązaniu z innymi działami matematyki.

Świadczą o tym również zapisy tematów w dziennikach lekcyjnych, z których wynika, ile godzin lekcyjnych w roku szkolnym poświęcają na geometrię. Dane te przedstawia tabela 4.

Tabela 4. Liczba godzin poświęconych geometrii w klasach I - III w roku szkolnym

Klasa	Liczba lekcji geometrii	Przeciętna liczba lekcji geometrii
I	8 - 12	10
II	13 - 15	14
III	16 - 18	17

Z tabeli 4 wynika, że w klasie I 5% lekcji matematyki przeznaczonych jest na zagadnienia geometryczne, w II - 7%, a w III - 9%. Przyrost procentowy tych lekcji w klasie II i III, w porównaniu z klasą I, wynika ze zwiększonej ilości treści geometrycznych przewidzianych w programie nauczania.

Jednostronność kształcenia geometrycznego. Danych na ten temat dostarczyła analiza stenogramów przeprowadzonych lekcji. Uzyskane w tym zakresie wyniki prezentuje tabela 5.

Tabela 5. Procentowe zestawienie lekcji geometrii według ich typów

Klasa	Typy lekcji geometrii						
	O	P	A	E	AO	APO	PO
	%	%	%	%	%	%	%
I	11,7	0	49,3	0	37,3	1,7	0
II	18,9	0	40,6	0	37,0	1,1	2,4
III	10,1	0	43,2	0	40,9	2,3	3,5

Na podstawie analizy tablicy 5 można stwierdzić, że strategia A nauczania - uczenia się geometrii w klasach I - III stanowiła podstawę organizowania 44% lekcji, natomiast strategia O - 13% lekcji typu O. 38% to lekcje, na których działanie uzupełniane było przyswajaniem wiedzy geometrycznej. Stwierdzono również, że w klasach I - III na niespełna 2% lekcji przyswajaniu podawanej wiedzy towarzyszyło rozwiązywanie problemów i ich praktyczna weryfikacja. Jednocześnie nie odnotowano w żadnej klasie lekcji typu P i E.

Z tego wynika, że w klasach I - III stosowane były dwie strategie, a mianowicie przyswajanie i działanie. Dominujące więc okazały się trzy typy lekcji opartych na wymienionych strategiach, a mianowicie typ A, O i OA. W tym ostatnim niemało czasu pochłaniało podawanie gotowych informacji. Dane na ten temat przedstawia tabela 6.

Tabela 6. Proporcje poszczególnych dróg nauczania - uczenia się na lekcjach typu AO

Klasa	Strategie nauczania - uczenia się				Czynności organizacyjne	
	A		O		czas w minutach	średni czas
	czas w minutach	średni czas	czas w minutach	średni czas		
I	18 - 21	19,5	10 - 17	13,5	7 - 17	12,0
II	21 - 22	21,5	8 - 13	10,5	10 - 16	13,0
III	23 - 25	24,5	7 - 12	9,5	8 - 15	11,5

Z danych zawartych w tabeli 6 wynika, że najczęściej, bo od 43% do 53% czasu lekcji, nauczyciele przeznaczali na podawanie, a uczniowie na przyswajanie gotowej wiedzy geometrycznej. Znaczny procent, bo od 25% do 29% zajmowały sprawy porządkowe, podczas których “zaprowadzono w klasie porządek”, dyscyplinę, przygotowywano pomoce dydaktyczne, układano pomoce do pudełek.

Zatem tradycyjne nauczanie - uczenie się geometrii na poziomie wczesnoszkolnym jest procesem jednostronnym, angażującym uczniów do przyswajania gotowej wiedzy geometrycznej.

3. Propozycja modernizacji nauczania geometrii w klasach I-III

Przyczyn niezadowolającego poziomu osiągnięć szkolnych z geometrii należy upatrywać między innymi w niedoskonałości procesu kształcenia uczniów w tej dziedzinie wiedzy matematycznej. Zatem należy podjąć działania zmierzające do poprawienia tego stanu.

Ażeby wyraźniej przeciwstawić przejawy tradycyjnego nauczania geometrii cechom wszechstronnego kształcenia geometrycznego, dokonano następującej konfrontacji:

cechy tradycyjnego nauczania geometrii

- intuicyjne kształtowanie pojęć geometrycznych
- kształtowanie pojęć według

cechy zmodernizowanego nauczania geometrii

- kształtowanie elementarnych pojęć geometrycznych,
- etapowe kształtowanie pojęć

- | | |
|---|---|
| <p>modelu postępowania wypracowanego przez nauczycieli,</p> <ul style="list-style-type: none"> - blokowe, jednorazowe nauczanie geometrii, - jednostronność kształcenia geometrycznego. | <p>zgodne z teorią W. Okonia,</p> <ul style="list-style-type: none"> - korelowanie treści geometrycznych z innymi działami matematyki, - wielostronność kształcenia geometrycznego. |
|---|---|

Ta teoretyczna propozycja zmodyfikowania, w tym właśnie kierunku, procesu dydaktycznego wczesnoszkolnego nauczania geometrii stała się punktem wyjścia do podjęcia przez autorkę badań empirycznych. Dopiero praktyka wykaże, czy tak przyjęte kierunki zmian okażą się skuteczne, czy postulowane zmiany będą przez nauczycieli przyjęte.

PRZYPISY

- ¹ S. Racinowski: *Badanie wyników nauczania matematyki w klasie IV Szkoły podstawowej*. W: Rocznik Inst. Pedag. Pod red. W. Czarniewskiego, I. Janiszewskiej, W. Okonia. Warszawa PZWS 1964, t. VI
- ² Z. Putkiewicz: *Wyniki nauczania arytmetyki i geometrii w klasie IV*. W: Rocznik Instytutu Pedagogiki. Pod red. W. Czarniewskiego, I. Janiszewskiej, W. Okonia. Warszawa PZWS 1964, t. VI.
- ³ H. Moroz: *Z doświadczeń nad modernizacją nauczania początkowego matematyki*. Warszawa WSiP 1978
- ⁴ T. Poznańska: *O kształtowaniu pojęć w klasach niższych*. Warszawa WSiP 1976
- ⁵ W. Sitarska-Niemierko: *Pomiar osiągnięć koniecznych w nauczaniu początkowym matematyki. Model i badania empiryczne*. Bydgoszcz WSP 1987
- ⁶ J. Makarewicz: *Badania nad wiedzą geometryczną uczniów klas I, II, III różnych środowisk*. "Oświata i Wychowanie" 1980, nr 21.
- ⁷ Z. Kwieciński: *Funkcjonowanie szkoły w środowisku wiejskim*. Warszawa PWN 1972
- ⁸ M. Cackowska: *Rozwijanie abstrakcyjnego myślenia uczniów w nauczaniu początkowym matematyki*. Lubelski Rocznik Pedagogiczny, Lublin Wyd. Lubelskie t. III-IV
- ⁹ J. Galant: *Proces dydaktyczno-wychowawczy na lekcjach w klasach I-IV*. Warszawa PZWS 1972
- ¹⁰ J. Hawlicki: *Rozwijanie uzdolnień matematycznych*. Warszawa PZWS 1971
- ¹¹ E. Stucki: *Rozwijanie zdolności matematycznych w nauczaniu początkowym*. Bydgoszcz WSP 1978
- ¹² Z. Putkiewicz: *Pomagajmy uczniom myśleć*. Warszawa NK 1964
- ¹³ E. Gruszczyk-Kolczyńska: *Kompetencje intelektualne sześciolatków w zakresie pojmowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych*. "Kwartalnik Pedagogiczny" 1987, nr 1
- ¹⁴ Z. Krygowska: *Krakowski eksperyment programowy w zakresie nauczania początkowego*. "Życie Szkoły" 1968, nr 6.
- ¹⁵ H. Moroz: *Z doświadczeń nad...* op.cit.
- ¹⁶ J. Łysek: *Analiza struktury treści nauczania geometrii w klasach początkowych za pomocą metody grafowo-macierzowej*. W: *Wybrane problemy pedagogiki wczesnoszkolnej*. Pod red. H. Moroz, UŚL. Katowice 1987



- 17 J. Galant: *Proces dydaktyczny...* op.cit.
- 18 J. Hanisz: *Proste figury geometryczne*. "Życie Szkoły" 1988, nr 4
- 19 W. Hemerling: *Rola zabaw i gier dydaktycznych w nauczaniu matematyki w klasach I-III*. "Życie Szkoły" 1981, nr 4
- 20 J. Kujawiński: *Kierowanie własną twórczą aktywnością ucznia w początkowym nauczaniu matematyki*. "Życie Szkoły" 1981, nr 4
- 21 J. Makarewicz: *Rozwijanie twórczej aktywności w procesie rozwiązywania problemów geometrycznych*. W: *Z teorii i praktyki nauczania początkowego*. Cz. III. Bydgoszcz WSP 1983
- 22 T. Poznańska: *O kształtowaniu...* op.cit.
- 23 T. Potemkowska: *Rola zadań tekstowych typu problemowego w początkowym nauczaniu matematyki*. Warszawa WSiP 1977
- 24 S. Sokołowski: *Obliczanie obwodu prostokąta*. "Życie Szkoły" 1988, nr 2
- 25 S. Racinowski: *Badania wyników...* op.cit.
- 26 H. Moroz: *Z doświadczeń...* op.cit.
- 27 W. Sitarska-Niemierko: *Pomiar osiągnięć...* op.cit.
- 28 Cel ten brzmi: "... intuicyjne kształtowanie niektórych pojęć geometrycznych...", *Program nauczania początkowego - klasy I-III*. Ministerstwo Oświaty i Wychowania, Warszawa WSiP 1983