

Stanisław Serafin
WSP Kraków

ALGEBRA I ALGEBRA LINIOWA W MATEMATYCZNYCH
STUDIACH NA KIERUNKU NAUCZYCIELSKIM

1. Treści nauczania

Przy doborze treści programowych każdego przedmiotu matematycznego na studiach wyższych dla nauczycieli matematyki uwzględnić trzeba dwa aspekty:

a/ aktualny stan danej dyscypliny, jej rolę i znaczenie w matematyce jako całości oraz znaczenie poszczególnych jej fragmentów i metod w kształtowaniu tego co umownie nazwiemy ogólnomatematyczną kulturą,

b/ aktualne i perspektywiczne zapotrzebowanie słuchaczy na określony zasób wiedzy i umiejętności oraz znajomość metod danej dyscypliny z punktu widzenia obowiązujących obecnie oraz przygotowywanych na przyszłość programów nauczania w szkołach średnich.

1.1. Zaczniemy od tego drugiego kryterium doboru treści i konstrukcji programów algebry liniowej z geometrią w matematycznych studiach kształcących nauczycieli. Rozumieć je będziemy w ten sposób, że przyszły nauczyciel powinien mieć możliwość w trakcie studiów poznać współczesne ujęcia tych wszystkich zagadnień programu szkolnego, które zaliczane bywają do "pionu algebraicznego". Zagadnienia te winny więc znaleźć się w programach omawianych przedmiotów, zaś ich realizacja powinna umożliwić słuchaczom głęboki strukturalny wgląd w treści programu szkolnego. Przyszły nauczyciel winien mieć możliwość wyniesienia ze studiów do-

brego zrozumienia aktualnych ujęć naukowych zagadnień, które na elementarnym poziomie realizować będzie w szkole. Zrozumienie to służyć ma nie tylko i nawet nie głównie zapewnieniu merytorycznej poprawności przedstawienia uczniom realizowanych na lekcjach treści, ale przede wszystkim winno ujawnić słuchaczom podstawowe elementy i idee strukturalne mające stanowić osnowę dydaktycznej realizacji nauczanych zagadnień tak, by mogła prowadzić do przyswojenia uczniom elementów charakterystycznych dla matematycznego myślenia.

Jest przy tym zupełnie oczywiste, że obecna i przyszła szkoła średnia nie może i nie będzie nastawiać się na kształcenie kandydatów na przyszłych matematyków, tym niemniej u wszystkich swych uczniów w stopniu dla nich dostępnym i przydatnym w ich przyszłej pracy, winna kształtować aktywną, operatywną postawę wobec stawianych przed nimi problemów i umiejętność wykrywania istoty rzeczy, związków i zależności podstawowych, jakże charakterystycznych dla twórczości matematycznej.

Z tego punktu widzenia obecny program algebry liniowej z geometrią /nawet przy pewnych możliwych cięciach treści/ wydaje się wystarczająco uwzględniać dzisiejsze i przyszłe potrzeby nauczyciela. W programie algebry brakuje struktur algebraicznych uporządkowanych, stanowiących naturalne uogólnienia elementarnych struktur liczbowych. Wprawdzie w programie analizy matematycznej pewne zagadnienia z tego zakresu /ciało uporządk. liczb rzeczywistych/ są przewidziane, ale wydaje się celowym by głęboka teoretyczna podbudowa nauki o liczbach znalazła się jako całość w jednym studiowanym przedmiocie i chyba właściwą dla tego celu byłaby algebra /II rok/.

Takie rozszerzenie programu algebry zapewne wymagać będzie ograniczenia się do informacyjnego tylko potraktowania niektórych bardziej zaawansowanych jej działów.

1.2. Pierwsze z wymienionych kryteriów doboru treści programu przy dość zgodnej deklaracji specjalistów, że alge-

bra dostarcza pojęć, metod i rezultatów ogólnych, szeroko stosowalnych w innych działach matematyki i dziedzinach pozamatematycznych, że cała dzisiejsza matematyka "algebraizuje się", być może znalazło odzwierciedlenie w konstrukcji programów przedmiotów matematycznych w ogóle, jednakże nie wiadomo czy w praktyce dydaktycznej znajduje dostateczne odzwierciedlenie. W algebrze bowiem nie zawsze jest możliwość operowania przykładami niebanalnymi z analizy czy innych dyscyplin, zaś realizacja innych przedmiotów matematycznych nie musi stosować istotnie zaawansowanego aparatu algebraicznego.

Na pytanie: jakie aspekty myślenia matematycznego i matematycznej aktywności mogą się ujawniać, kształtować, rozwijać i utrwalać pod wpływem studiowania algebry /czy jej wybranych działów/, nie znajdujemy wyjaśnienia w wypowiedziach twórczych matematyków z tego zakresu, ani dydaktyków matematyki - co wynika być może stąd, że dydaktyka matematyki w wyższych uczelniach nie jest dotąd przedmiotem systematycznych badań. Uznawana i wymieniana przez wszystkich ogólność pojęć i rezultatów algebry, prowadząca z jednej strony do kształtowania umiejętności dokonywania dalekich strukturalnych uogólnień, z drugiej zaś do konieczności specyfikowania, konstruowania modeli i kontrprzykładów nie jest pewnie cechą szczególną wyłącznie algebry, ale i innych działów obecnej matematyki.

Spotyka się wypowiedzi, że rozumowania algebraiczne /np. dowody twierdzeń algebry/ mają swoją specyfikę, pewne cechy dla nich charakterystyczne a użyteczne w innych działach; mówi się też o specyficznej intuicji algebraicznej. Cytuje się czasem wypowiedź Hadamarda, który miał stwierdzić "umiem algebrę ale nie umiem myśleć algebraicznie". Uświadczenie sobie tych spraw przez prowadzących zajęcia z algebry ze studentami kierunków nauczycielskich miałyby istotne znaczenie dla podkreślenia w procesie dydaktycznym tych aspektów ogólnomatematycznej kultury, które w drodze studiowania algebry może pełniej rozwinąć. Wydaje się, że głosy specja-

listów w tych gałęziach matematyki mogą tu wiele wniesć i pomóc realizującym w praktyce nauczanie elementów algebry.

2. Kilka uwag o pracy ze studentami

O ile dobór treści nauczania na studiach matematycznych dla nauczycieli winien uwzględniać wymagania przyszłej pracy zawodowej słuchaczy, to w jeszcze większym zakresie nauczycielski charakter studiów winien rzutować na przebieg procesu dydaktycznego. Dotyczy to oczywiście każdego przedmiotu, ale algebra stwarza chyba okoliczności szczególnie sprzyjające kształtowaniu postaw i umiejętności szczególnie przydatnych w pracy nauczyciela matematyki.

2.1. Wydaje się, że ze szczególną pieczołowitością należy w procesie dydaktycznym podchodzić do kształtowania pojęć. Z jednej strony trzeba ujawniać źródło i potrzebę kreowania pojęcia, czemu służą najczęściej i najlepiej przykłady rozmaitej natury, pochodzące z dziedzin przyswojonych wcześniej przez słuchaczy lub niekiedy krótkie uwagi historyczne, wskazujące na celowość wspólnego potraktowania w jednym schemacie myślowym wielu zagadnień równocześnie. Z drugiej strony wprowadzane podstawowe pojęcia muszą być ostro wyodrębniane z tła /pojęć bliskoznacznych, pokrewnych itp./, co wymaga analizy roli poszczególnych warunków definicyjnych /ich niezależności/ a więc także stosowania, niekiedy dość szerokiego, wachlarza kontrprzykładów. Dużą rolę odgrywa tu też badanie warunków równoważnych przyjętym w definicji, a użytecznych przy stosowaniu pojęcia, pozwalających łatwo w nowej sytuacji dostrzec rzecz, już na innym gruncie poznaną. Ta metodologiczna obudowa wprowadzania pojęć winna być świadomie wyeksponowana przez prowadzących przedmiot, jest bowiem bardzo istotnym elementem dydaktycznego przygotowania przyszłego nauczyciela.

2.2. Celowym byłoby, aby rozwój teorii i pojawianie się nowych twierdzeń w kursie następowały w wyniku rozwiązywania

proglemów, prób odpowiedzi na pytania, które w sposób w miarę naturalny pojawiają się na tle /lub przez analogię do/ wcześniejszych, już ugruntowanych działów. Nie jest wprawdzie dobra maniera prowadzenia przed audytorium rozważań nie wiadomo czemu rozpoczętych i nie wiadomo ku czemu prowadzących, kończących się formułowaniem rezultatów w postaci udowodnionych po drodze stwierdzeń, ale niebezpieczna i dydaktycznie szkodliwa, gdyby miała być dominującą, jest forma wykładu, w którym następują kolejno po sobie formułowane twierdzenia i ich dowody. Rozsądny umiar powinien z jednej strony zapewnić słuchaczom względnie/wprawdzie nieco pozorowany/za kulisy pracy twórczej w danym fragmencie studiowanego przedmiotu, z drugiej zaś ukazać wiodące idee a także dedukcyjną strukturę poznawanego materiału.

Słuchacz winien mieć możliwość śledzenia czy nawet aktywnego udziału w procesie formułowania problemów i stawiania sobie pytań na temat studiowanych zagadnień, oraz możliwość rzeczywistej aktywności zmierzającej do uzyskania rozwiązań. Podkreślić tutaj wypada walory dydaktyczne popełnianych w trakcie zajęć pomyłek, które mobilizują wykładowcę do autentycznej twórczości, do wyłonienia źródła niepowodzenia w rozumowaniu i jego usunięcia. Bywają one też okazją do włączenia bardziej zainteresowanych słuchaczy w taki twórczy wysiłek.

2.3. W omawianych tu dziedzinach dających wiele okazji do prowadzenia rozumowania ogólnego z użyciem zaawansowanego aparatu abstrakcyjnego winno się czasami słuchaczom ukazać walory takich ogólnych ujęć - ładne, krótkie, przejrzyste, jakościowe /nie rachunkowe/ dowody mocnych i bardzo przydatnych twierdzeń, skonfrontowane - o ile to jest możliwe - z bardziej skomplikowanymi i mniej przejrzystymi dowodami rezultatów, nawet niekiedy szczegółowych. Zarówno algebra liniowa z geometrią jak i algebra ogólna stwarzają wiele po temu możliwości. Z drugiej jednak strony proces dydaktyczny winien pokazywać, że metody ogólne warto stosować tam, gdzie są istotnie potrzebne, natomiast w wielu szcze-

gólnych przypadkach ich mechaniczne użycie byłoby zbyt formalizmem, przeszkadzającym w aktywnym podejściu do problemu, ograniczającym rozwój inwencji dla uzyskania rezultatu na krótszej drodze. Dotyczy to zwłaszcza zadań rozwiązywanych na ćwiczeniach.

2.4. Dla przyszłego nauczyciela wydaje się bardzo celowe takie prowadzenie procesu dydaktycznego, aby ukazywał on wzajemne powiązania poszczególnych fragmentów studiowanego przedmiotu, wielostronne stosowanie i różnokierunkowe interpretacje omawianych pojęć i twierdzeń. Widać tu od razu dwie drogi prowadzące do takich rezultatów: jedna ukazuje szeroki wachlarz zagadnień, których badanie wymaga znajomości rozwiązania pewnego problemu, druga polega na refleksji ex post nad opracowanym ze słuchaczami działem. Pierwsza z nich spełnia ważną rolę motywującą celowość podjęcia trudu nad rozwiązaniem takiego czy innego problemu, druga prowadzi do spojrzenia na większą całość materiału z myślą o jego wewnętrznej strukturze, logicznych powiązaniach, wzajemnym przenikaniu się zagadnień. Umiejętność posługiwania się obiema metodami w przyszłej pracy nauczyciela winna stanowić naturalną, integralną część jego przygotowania, jego nauczycielskiej postawy.

2.5. Słyszy się niekiedy postulat, żeby w trakcie realizacji programu studium algebry liniowej z geometrią i algebry ogólnej pomieścić pełne merytoryczne przygotowanie przyszłego nauczyciela do realizacji "algebraicznych" i "analityczno-geometrycznych" zagadnień programu szkoły średniej. Postulat ten, w zasadzie słuszny, nie jest chyba na ogół realizowany, a kto wie, czy jest w pełni realny. Nie można przecież raz na całe aktywne, zawodowe życie nauczyciela przygotować go merytorycznie w zakresie - zmiennej przecież w czasie - "algebraicznej" problematyki programu szkoły średniej. Niemniej winno się przy realizacji programu tych przedmiotów znaleźć czas i miejsce na przedyskutowanie ze słuchaczami jeśli nie wszystkich, to wybranych zagadnień z obecnie

obowiązującego czy przygotowanego dla 10-latkę programu nauczania matematyki, w pełnym powiązaniu z odpowiednimi fragmentami kursu algebry, z ujawnieniem procesu dekodowania abstrakcyjnej ogólnej wiedzy algebraicznej i jej zastosowania do potrzeb i poziomu nauczania średniego. Zabiegi takie wymagają trochę czasu, ale winny być robione nawet kosztem cięć w treściach programowych bardziej odległych od materiału szkoły średniej. Nie zastąpi ich systematyczne posługiwanie się przykładami z materiału szkolnego, które jako regułę zaleca, w pełni słusznie, komentarz do programu algebry liniowej z geometrią. Powiązanie studiowanych treści algebraicznych z programem szkolnym bardzo dobrze można ukezać w materiale ćwiczeniowym zarówno z algebry liniowej, jak i z algebry ogólnej, przy czym duże walory mają w tym względzie zadania i problemy, które pozwalają wniknąć głębiej w materiał szkolny i zobaczyć go na ogólniejszym tle bez sztucznych, ad hoc definiowanych na gruncie materiału szkolnego pojęć.

2.6. Nieobojętnym i dla procesu studiowania działów algebry i dla przygotowania słuchaczy do zawodu wydaje się problem terminologii i symboliki wprowadzanej i używanej w trakcie studiów algebry. Z jednej strony są bowiem pewne zwyczaje i tradycje na temat terminologii i symboliki w różnych działach algebry, pozostające w koneksjach z analogiczną symboliką i terminologią w innych działach matematyki, stanowiących niejako naturalny teren zastosowań niektórych rezultatów algebry. Z drugiej strony znane są pewne dydaktyczne kryteria tworzenia i używania symboli, ich roli unifikacyjnej w ramach danego działu dyscypliny naukowej. Osobiście wypowiadałbym się za użyciem symboliki w miarę jednolitej /nawet kosztem rezygnacji z przyjętej zwyczajowo np. w teorii transformacji liniowych/, nawiązującej do używanej obecnie w liceum.

2.7. W każdym studium algebry powstaje problem układu materiału programowego: czy ma to być zwarta całość ułożona

w schemat dedukcyjny tak, że pominięcie któregoś ogniwa uniemożliwia niemal nawet "posmakowanie" innych, czy też powinien to być zestaw stosunkowo luźnych fragmentów, budowanych z krótkich ogniw rozumowania. Pierwsze ujęcie pełniej pokazuje strukturę całości materiału, ale jest - jak to stwierdza się powszechnie - ciężkostrawne w procesie studiowania, przyswajania wiedzy. Drugie być może ułatwia strawienie porcjami materiału bez uciekania się do innych, wymaga jednak niekiedy osobnego traktowania spraw, które mają wspólne jednolite ujęcie. Trywialne jest stwierdzenie, że złoty środek byłby tu wyjściem godnym zalecenia. Zwróćmy jednak uwagę na to, że nauczyciel w swej pracy z młodzieżą, nawet w starszych klasach szkoły średniej, musi preferować organizację procesu nauczania w kategoriach lokalnej tylko dedukcji. Zacytujmy też dość znamienne uwagi S. Lang'a, wstępną do pierwszej części jego Algebry: "Oczywiście jest, że to lub inne twierdzenie może być w dalszym ciągu wykorzystane do różnych specjalnych i odrębnych zastosowań, ale z reguły unikaliśmy tworzenia długich logicznych łańcuchów zależności".

2.8. Uwagi natury historycznej w trakcie wykładu, ukazujące drogi kształtowania się i rozwoju poszczególnych ważnych współcześnie pojęć algebry mogłyby spełniać ważną rolę pobudzającą zainteresowanie studiowanym przedmiotem i ukazywać wagę dzisiejszych metod i twierdzeń w stosunku do ich pierwowzorów. Jednakże wydaje się dość trudne częste realizowanie takiego ambitnego celu i ustrzeżenie się przed zejściem na, być może ciekawy, ale niewiele wnoszący do intelektualnego rozwoju słuchaczy teren anegdotyczny. Wydaje się bowiem, że łatwiej jest pożytecznie pracować ze słuchaczami nad współcześnie ujętymi treściami, niż zapoznawać ich /ze zrozumieniem z ich strony/ z historyczną drogą rozwoju danego pojęcia.

Przytoczone dotąd uwagi na temat procesu dydaktycznego dotyczą głównie strony wykładowej i nie dotyczą użycia technicznych środków audiowizualnych w trakcie wykładu z omawianych tu działów matematyki. Nie mam osobiście doświadczeń w użyciu

tych środków pomocniczych w trakcie wykładu, ale problem usprawnienia i podnoszenia efektywności zajęć wykładowych przez użycie takich środków jest na pewno interesujący i nie może być pominięty w dyskusji. W naszej uczelni będzie on w najbliższej przyszłości przedmiotem prób, obserwacji i doświadczeń. Nie ulega bowiem wątpliwości, że nauczyciel winien być praktycznie przygotowany do wykorzystania środków usprawniających proces kształcenia i umożliwiających bardziej efektywne wykorzystanie czasu lekcyjnego.

2.9. W zagadnieniach motywacji studiowania określonych treści matematycznych istotną rolę odgrywa fakt ich zastosowań w innych działach matematyki, zagadnieniach technicznych itp. Aczkolwiek dla szeregu zagadnień z algebry i algebry liniowej znane są ich zastosowania /w zagadnieniach reakcji chemicznych, współczesnej fizyce, teorii plastyczności/, to jednak ich przedstawienie słuchaczom - jeśli nie ma się ograniczać do ogólników - wymagałoby wniknięcia w istotę problemów, w których rezultaty algebry zostają użyte; to zaś przekracza możliwości czasowe przewidziane na realizację programu algebry, a niekiedy być może i przygotowanie realizującego ten program.

2.10. Za jeden z głównych celów nauczania matematyki obok przyswojenia uczniom pewnego pensum wiedzy uważa się praktyczne wprowadzenie uczniów w to, co bywa nazywane matematyczną aktywnością. Nauczyciel winien chcieć i umieć tak organizować proces nauczania, by stwarzać uczniom okazję do przeżycia na miarę ich możliwości pewnych autentycznych procesów uznawanych za typowe dla matematycznej aktywności jak "uogólnianie i uszczególnianie pojęcia czy twierdzenia, klasyfikowanie, schematyzowanie, matematyzowanie, abstrahowanie struktur i odkrywanie znanych struktur w ich modelach dedukowanie, redukcja jednych problemów do innych, racjonalne organizowanie danych problemów, asymilowanie i przetwarzanie informacji, wyrażanie własnych intuicji i myśli

w określonym z góry języku formalnym itp. /zob. Z. Krygowska: Zarys Dydaktyki Matematyki cz. II, str. 13/.

Przyszły nauczyciel musi więc oczywiście w czasie studiów mieć możliwość przeżycia - na miarę swoich z kolei możliwości-autentycznych procesów twórczych, stanowiących elementy składowe matematycznej aktywności i kultury. O niektórych sprawach była już mowa w związku z wykładem.

Nie sposób jednak przecenić w tym zakresie rolę ćwiczeń. Algebra liniowa z geometrią i algebra dają tu naprawdę duże możliwości. Trzeba jednak, aby cały zespół prowadzący te przedmioty miał wymienione zagadnienia stale na uwadze. Wymaga to szczególnej postawy prowadzących ćwiczenia. Postawy ukierunkowanej, i podczas przygotowywania problematyki ćwiczeń, i w czasie zajęć, na taki dobór zadań i taki sposób pracy ze studentami, by prowokować okazje /a przynajmniej nie gubić ich i nie pomijać/ do refleksji nad przeprowadzonymi rozumowaniami czy znalezionymi rozwiązaniami, do stawiania pytań przedłużających problemy, do dostrzegania analogii, przenoszenia rezultatów na ogólniejszą klasę zagadnień itd. Z punktu widzenia kształcenia nauczyciela uznać by trzeba wprost za szkodliwe ograniczenie się do zadań utrwalających znajomość teorii, wymagających prostych jej zastosowań i kształcących pewne algorytmiczne sprawności, a także poprzestawanie na pierwszym lepszym ich rozwiązaniu - ku czemu skłaniać może nie za wysoki poziom matematycznego przygotowania słuchaczy nauczycielskiego kierunku. Warto tu może zauważyć, że problem doboru zadań służących kontroli rozumienia pojęć matematycznych był przedmiotem badań i praca dra Z. Dyrzslaga na ten temat, wydana przez WSP w Opolu, może być bardzo pomocna wielu młodym pracownikom prowadzącym ćwiczenia z algebry.

3. Trudności w realizacji zamierzeń i celów nauczania algebry

Dość powszechny jest pogląd słuchaczy /przynajmniej w naszej uczelni/, że algebra liniowa z geometrią oraz algebra ogólna sprawiają im znacznie większe trudności niż

inne działy matematyki objęte programem studiów. Słabe w skali masowej wyniki prac pisemnych wykonywanych przez słuchaczy podczas ćwiczeń, kiepskie rezultaty końcowych egzaminów z tych przedmiotów są zewnętrznym wyrazem tego, że wymienione działy zaliczyć należy do trudniejszych.

Biorąc nawet poprawkę na ewentualny brak wieloletniej tradycji i doświadczeń dydaktycznych w tych przedmiotach, w porównaniu np. z analizą matematyczną, problem trudności w studiowaniu algebry uznaliśmy za istotny i zaczęliśmy się mu bliżej przyglądać. Rekonesans wśród nauczycieli akademickich prowadzących zajęcia z tych przedmiotów w innych uczelniach w znacznej mierze utwierdził nas w przekonaniu, że jest to sprawa niebagatelna i warta głębszego przebadania.

Obserwacje w uczelniach francuskich również potwierdzają - ku niejakiemu zdumieniu matematyków lansujących metody algebry w innych dziedzinach - że algebra nawet ta mniej zaawansowana, mimo przecież prostoty struktur stanowiących obiekt jej penetracji, sprawia słuchaczom, zwłaszcza w początkowym okresie, trudności głębsze, jakościowo odmienne od tych, które spotykają w pozostałych przedmiotach matematycznych.

Problemem tym zajmuje się w naszej uczelni od kilku lat mgr A. Łomnicki, którego badania w tej dziedzinie winny doprowadzić go do przygotowania rozprawy doktorskiej z zakresu dydaktyki matematyki w studiach wyższych dla nauczycieli.

3.1. Nie jest rzeczą łatwą wyodrębnić specyfikę tych trudności, które obserwujemy w początkach studiowania algebry. Długotrwałe dyskusje, jakie w tej materii prowadzimy, bardzo często kończą się konkluzją, że przecież taka czy inna trudność zaobserwowana na ćwiczeniach z algebry i przypuszczalnie jej źródło równie dobrze może pojawić się w innym dziale, jeśli tylko stosownie dobrać problematykę zajęć.

Z grubsza biorąc dochodzimy do przekonania, że algebra jest tym terenem, na którym często i w sposób szczególny pojawiają się okazje - dla słuchaczy a niekiedy i dla prowadzących zajęcia - weryfikowania własnej wcześniej zdobytej wiedzy, postawy wobec problemów, umiejętności i cech myślenia, które wymieni-

liśmy wcześniej jako charakterystyczne elementy składowe aktywności matematycznej.

3.2. Podstawową przyczynę tego stanu upatrujemy głównie w naturze algebry jako nauki, w jej wysokiej abstrakcyjności i ogólności. Rozpoczynający studia nie dysponuje dotąd na ogół doświadczeniem w tworzeniu i operowaniu tak ogólnymi pojęciami i twierdzeniami, jakie się w kursie algebry pojawiają. Intuicje geometryczne, pomocne często w początkowym okresie nauki analizy matematycznej, nie dają tu za wiele. Problematyka ćwiczeń z algebry, koncentrująca się na ugruntowaniu i weryfikacji zrozumienia podstawowych pojęć, ujawnia bardzo szybko braki w przygotowaniu zarówno merytorycznym jak i - co się okazuje szczególnie kłopotliwe - metodologicznym. Chodzi tu bowiem o badanie logicznej struktury zdań definicyjnych czy twierdzeń, ich równoważnościowego transformowania, budowę przykładów i kontrprzykładów, zwłaszcza takich, gdzie chcemy wyeksponować rolę ściśle określonego członu definicyjnego. Dotyczy to też braku umiejętności analizy treści twierdzenia w kierunku odkrycia jakiegoś wstępnego pomysłu dowodu - oraz nieumiejętności stosowania twierdzeń już przyswojonych.

3.3. Inną, jak sądzimy istotną przyczyną trudności jest fakt, że dotarcie do prawdziwych problemów algebry musi być poprzedzone dużą partią wstępną, która ma służyć zaznajomieniu się z językiem i dostarczyć nieodzownego aparatu pojęciowego. Powoduje to znaczną koncentrację nowych pojęć w krótkim czasie, to zaś przy widocznej bliskości niektórych z nich, stosunkowo krótkim "żywocie" w kursie kilku innych, stwarza dla początkujących dość wysoko ustawioną poprzeczkę.

3.4. Zapewne i sam proces dydaktyczny, umiejętności dydaktyczne /czy ich brak/ prowadzących zajęcia rzutują w istotny sposób na przebieg pracy słuchaczy. Wydaje się jednak, że w pracy z przyszłymi nauczycielami korzystniej jest z u-

porem pokonywać rodzące się trudności, uczyć ich, jak samemu zabierać się do zagadnień, nawet jeśli nie wszyscy słuchacze będą w stanie z tego odpowiednio skorzystać, niż po prostu przestawać na pobieżnym czy powierzchownym traktowaniu zagadnień.

3.5. Niewątpliwie wielką rolę w rozwiązywaniu problemu trudności słuchaczy w studiowaniu algebry przypada literaturze podręcznikowej i zbiorom zadań, które dla studiów nauczycielskich powinny - być może - mieć specjalny układ oraz dobór przykładów i zadań, ale problem ten stanowi temat osobnego referatu i nie będziemy go tu szerzej rozwijać.

L'ALGÈBRE ET L'ALGÈBRE LINÉAIRE EN ÉTUDES MATHÉMATIQUES DES MAÎTRES

Résumé

Dans cet article on analyse l'état de didactique de l'algèbre en études des maîtres. Cette analyse concerne les contenus de l'enseignement, le spécifique du travail avec les étudiants et les difficultés dans la réalisation des buts de l'enseignement de l'algèbre.