

---

ZESZYTY NAUKOWE WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ  
W BYDGOSZCZY

STUDIA PEDAGOGICZNE 1982 z.10

Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna /2/

---

EDMUND STUCKI  
WSP w Bydgoszczy

WDRAŻANIE UCZNIÓW KLAS POCZĄTKOWYCH DO POKONYWANIA  
TRUDNOŚCI W UCZENIU SIĘ MATEMATYKI

1. Psychodydaktyczne uwarunkowania trudności w uczeniu się  
matematyki

Matematyka w systemie przedmiotów szkolnych ma wybitne wartości ze względu na swoją ścisłość, logiczność i systematyczność, a ponadto ma możliwości intensywnego kształtowania poprawnego rozumowania, wnioskowania i samodzielności myślenia.

Trudności w uczeniu się matematyki nie wynikają najczęściej z treści samego przedmiotu /może do niedawna trochę z ich doboru programu/, ani nie zależą zawsze od dzieci, które te trudności mają, ale zależą przede wszystkim od metod nauczania i uczenia się matematyki<sup>1</sup>.

Wynika to z tego, że dotychczasowe poglądy na sposoby nauczania tego przedmiotu są już zbyt przestarzałe. Matematyki trzeba uczyć zupełnie inaczej niż to zna dotychczasowa praktyka, prawdopodobnie również inaczej niż innych przedmiotów nauczania. Oczywiście nie jest to problem, który można rozstrzygnąć od razu. Jest on skomplikowany i zawiera wiele czynników które go determinują. O wielu z nich piszę /na podstawie badań eksperymentalnych/ w swoich poprzednich publikacjach, dotyczących rozwijania zdolności matematycznych, rozwijania myślenia matematycznego i przyspieszenia tego rozwoju<sup>2</sup>.

W niniejszym opracowaniu rozważam kolejny czynnik, mianowicie: trudności uczniów klas początkowych w uczeniu się matematyki, ich stan i rodzaje, przyczyny i uwarunkowania oraz możliwości ich likwidowania, pokonywania i niedopuszczania do ich powstawania.

Z analizy poglądów L. Bandury<sup>3</sup>, J. Pietera<sup>4</sup>, H. Spionek<sup>5</sup>, T. Tomaszewskiego<sup>6</sup> i innych, można przyjąć, że trudność jest odczuciem subiektywnym /wewnętrznym/ człowieka zależnym od sytuacji zewnętrznej, która przeszkadza lub uniemożliwia jemu wykonanie konkretnego zadania. Ujawnia się ona w momencie wytworzenia się przekonania, że zamierzonego działania nie da się zrealizować w zaistniałych warunkach. Ponawianie prób rozwiązań, powtarzanie czynności, zmienianie ich, szukanie nowych rozwiązań itp. nie prowadzi do przezwyciężenia trudności. Takie pojmowanie trudności sugeruje, że występują one w sytuacjach nowych, w których nie mają już zastosowania poznane wcześniej sposoby postępowania. Sytuacje te wymagają przejścia od myślenia reproduktywnego do produktywnego.

W nauczaniu matematyki każda zmiana, nawet jakiegoś elementu, czy związku zadania, tworzy sytuację nową, w następstwie której uczeń odczuwa trudności. Skutkiem zaś odczucia trudności jest myślenie<sup>7</sup>. Istotną trudność w uczeniu się matematyki stanowi również abstrakcyjność i symboliczność materiału nauczania<sup>8</sup>. Ponadto trudność opanowania matematyki polega na tym, że za wcześnie żądamy od ucznia stosowania takich operacji, do których nie jest on przygotowany<sup>9</sup>. Świadczy to o konieczności uwzględniania w procesie dydaktycznym rozwoju umysłowego uczniów, znajomość tego rozwoju przez nauczyciela i umiejętności zastosowania odpowiedniej metody gwarantującej rozwój myślenia.

Największe trudności sprawia uczniom rozwiązywanie zadań tekstowych, w których zasadniczym problemem jest dostrzeżenie i ustalenie zależności między wielkościami danymi w zadaniu zgodnie z warunkami zawartymi w głównym pytaniu oraz ustaleniem działań wynikających z tych zależności. W zadaniu złożonym uczeń musi wziąć pod uwagę nie tylko wielkości wyrażone bezpośrednio za pomocą liczb, ale też wielkości ukryte, wyrażone za pomocą stosunków zachodzących między wielkościami liczbowymi. Trudność polega więc nie tylko na operowaniu większą liczbą danych, ale też na ich różnym charakterze. W związku z tym rozwiązanie zadania złożonego polega na twórczym operowaniu posiadaną wiedzą, zmierzającym do uchwycenia głównego problemu zawartego w zadaniu, czyli zrozumienia zadania. Operowanie znanymi wiadomościami wymaga przekształcenia ich, użycia w innych powiązaniach. Aby tego dokonać uczeń musi posiadać umiejętność analizy i syntezy, abstrahowania i uogólniania oraz myślenia

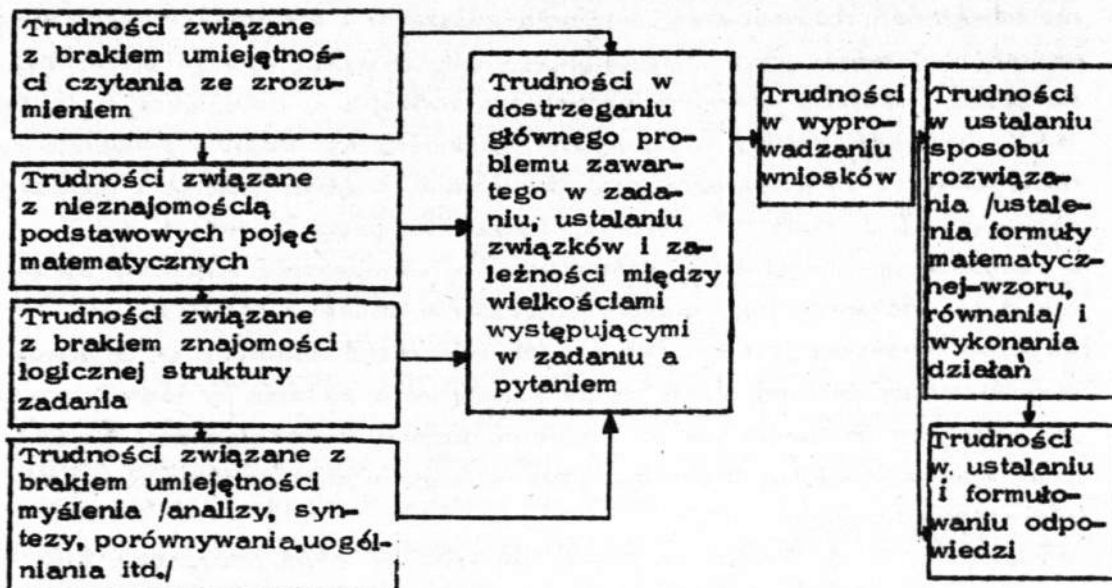
przez analogię. Obok tego występują trudności związane z całokształtem wiedzy matematycznej ucznia, np.: nieznanomość pojęć, nieznanomość struktury logicznej zadania, brak umiejętności rachunkowych<sup>10</sup>.

J. Hawlicki<sup>11</sup>, zaliczając do trudności w rozwiązywaniu zadań: nieumiejętność rozumowania, ustalania związków i zależności, słabo rozwiniętą wyobraźnię oraz nieumiejętność wykonywania działań stwierdza, że uczeń pokonuje trudności dwojakiego rodzaju: a/ polegające na ustalaniu związków między wielkościami /trudności wyobraźni i myślenia matematycznego/, b/ polegające na wykonywaniu działań /pamięć i technika rachunkowa/. J. Galant<sup>12</sup> wyróżnia także dwa progi trudności, ale o nieco innym charakterze, mianowicie: a/ zrozumienie struktury zadania i na podstawie jego analizy znalezienie sposobu rozwiązania /progiem trudności jest tu problem, jak rozwiązać zadanie/, b/ ustalenie formuły matematycznej, czyli ujęcie rozwiązania zadania w jednym zapisie /progiem trudności jest tu ustalenie formuły matematycznej/. Drugi próg stanowi większą trudność, gdyż wymaga wyższego stopnia myślenia abstrakcyjnego.

Wydaje się, że J. Galant ma rację, ale tylko w takim przypadku, gdy przed ustaleniem formuły matematycznej rzadko występuje opanowywanie struktury zadania i ustalenie związków i zależności. Jeżeli natomiast na ten etap kładzie się duży nacisk i wdroy się uczniów do systematycznego wychodzenia od niego, na drugim etapie trudności w zasadzie nie istnieją. Potwierdziły to moje badania eksperymentalne nad rozwijaniem zdolności matematycznych<sup>13</sup>. Bardzo słusznie M. Porębska<sup>14</sup>, wyróżniając w procesie rozwiązywania zadań 3 etapy /zapoznanie się z zadaniem, właściwe rozwiązanie i sprawdzenie wyniku/ stwierdza, że trudności występują w każdym z etapów. W pierwszym dotyczą: zrozumienia pojęć, wyróżnienia danych i pytania, wydobycia z tekstu zagadnienia do rozwiązania; w drugim, chwywania związków i zależności, wyprowadzania wniosków, objęcia jednym aktem myślenia większej liczby elementów, braku swobody w operowaniu danymi, niedoceniań, które dane są konieczne do rozwiązania zadania, braku samodzielności myślenia oraz nieumiejętności wykonania obliczeń; w trzecim - sprawdzania obliczeń.

Z analizy literatury i dotychczasowych badań wynika, że trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych związane są głównie z procesem myślenia i z całokształtem wiedzy matematycznej uczniów. Można nawet zaproponować pewien schemat struktury trudności w rozwiązywaniu

zadań tekstowych. Podstawowym kryterium tej struktury są czynności konieczne do rozwiązania zadania. Braki w czynnościach lub ich niewykonanie traktuję jako trudności w zakresie tych czynności.



Schemat 1. Struktura trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Głównymi przyczynami trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych są braki w umiejętności samodzielnego myślenia spowodowane najczęściej: a/ niewłaściwymi metodami nauczania matematyki<sup>15</sup>, b/ brakami konstrukcji /formułowania/ tekstu zadań przez nauczycieli i autorów<sup>16</sup>, c/ mikrodefektami rozwoju umysłowego dzieci<sup>17</sup>.

Gwarancją powodzenia w uczeniu się matematyki może być tylko pełna aktywizacja uczniów poprzez pobudzenie, podtrzymywanie i wzbogacanie tej aktywności na drodze do rozwiązywania problemów<sup>18</sup>. Dużą rolę odgrywa tutaj odpowiedni dobór zadań, w których zawarty jest właściwy problem. Pozwoli to na wdrożenie uczniów do logicznego myślenia i wnioskowania oraz znajdowania związków między danymi i poszukiwanymi<sup>19</sup>. Ponadto, konieczne jest praktyczne rozwiązywanie zadań za pomocą czynności na konkretach, takich jak: inscenizacja zadania, ilustrowanie czynności na konkretach lub obrazkach, rozbudowywanie formuły matematycznej na podstawie coraz bardziej skomplikowanej treści. Różnorodne ćwiczenia mające na celu ukazywanie związków i zależ-

ności między wielkościami<sup>20</sup> oraz sytuacje zaczerpnięte z życia codziennego<sup>21</sup> - to kolejne czynniki pobudzające do samodzielnego myślenia.

Z analiz powyższych wynika, że problem trudności w uczeniu się matematyki nie jest nowym, ale nowym jest szukanie dalszego jego uzasadnienia i prowadzenia prób wypracowania systemu wdrażania uczniów do pokonywania tych trudności.

## 2. Procedura badawcza

Przeprowadzone badania miały na celu wykrycie trudności w uczeniu się matematyki uczniów klas początkowych i poprzez ustalenie ich rozmiarów i przyczyn, opracowanie i wdrażanie do praktyki skutecznych sposobów ich eliminowania, a przede wszystkim uczenia uczniów optymalnego i samodzielnego ich pokonywania. Prace badawcze w tym zakresie skierowane były głównie na doprowadzenie uczniów do samodzielnego rozwiązywania zadań tekstowych o różnej strukturze matematycznej poprzez wdrażanie ich do dostrzegania i rozumienia związków oraz zależności zachodzących między wielkościami i stosowanie ćwiczeń do pokonywania trudności, a przy tym badanie efektów tych zabiegów.

Głównymi metodami badawczymi, za pomocą których zebrałem materiał faktograficzny, były: sondaż diagnostyczny, studium indywidualnych przypadków oraz eksperyment pedagogiczny. Przed przystąpieniem do badań, ustaliłem /na podstawie ocen w klasyfikacji/ klasy eksperymentalne i kontrolne. W klasach pierwszych natomiast podstawą wyboru klas eksperymentalnych i kontrolnych były wyniki badań dojrzałości szkolnej. Łącznie badaniom poddałem 556 uczniów klas I-III ze szkół miejskich /5/ i wiejskich /8/.

Najpierw przeprowadziłem ankietę wśród 182 nauczycieli różnych środowisk uczących matematyki w klasach młodszych dla sporządzenia katalogu typowych trudności uczniów w matematyce według ich opinii. Następnie w badaniach wstępnych, za pomocą sprawdzianów stopnia samodzielności rozwiązywania zadań tekstowych, uchwyciłem typowe trudności istniejące faktycznie u uczniów. Porównanie tych danych oraz wykonanie prób wdrażania uczniów do pokonywania trudności były podstawą eksperymentu i dalszych pięciokrotnych badań polegających na rozwiązywaniu od 3-4 zadań tekstowych.

### 3. Trudności, ich rodzaje i nasilenie

Zebrane od 182 nauczycieli opinie dotyczące trudności w uczeniu się matematyki uczniów klas młodszych wskazują, że w 98 % opinii stwierdza się, iż trudności te występują w rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Z analizy badań dojrzałości szkolnej uczniów klas pierwszych wynika, że tylko około 50 % uczniów osiągnęło pełną dojrzałość do matematyki /E=46,7 %, K=54,9 %/, niepełną dojrzałość około 1/3 badanych /E=26,7 %, K=32,3 %/, słabą odpowiednio E=10 %, K=6,4 % i brak dojrzałości stwierdzono u 16,6 % w klasach eksperymentalnych oraz 6,4 % w kontrolnych.

Z analizy danych klas II-III wynika, że między opiniami nauczycieli, a stanem faktycznym trudności istnieje duża rozbieżność wskazująca na brak rozeznania nauczycieli w tym zakresie. Najczęściej rozmiary trudności w ich mniemaniu są dużo niższe niż faktyczne. Występuje to aż w 14 rodzajach trudności na 21 grup /a więc w 2/3 przypadków/. Istnieje również zjawisko odwrotne, kiedy to nauczyciele przesadnie wyolbrzymiają trudności, a faktyczne ich rozmiary są bardzo małe, względnie czasami w ogóle ich nie ma. Ilustruje to poniższe zestawienie.

Tabela 1. Rodzaje trudności uczniów w rozwiązywaniu zadań tekstowych ustalone na podstawie opinii nauczycieli i badań uczniów

Trudności występujące	Rodzaj trudności	Odsetek uczniów	
		w opinii nauczycieli	w badaniu uczniów
1	2	3	4
W treści zadania	Niezrozumienie rzeczowych stosunków sytuacji problemowej	16,7	30,8
	Pomijanie danych zapisywanych słowami	4,0	20,0
	Niedostrzeganie liczb	-	6,9
	Niezrozumienie treści	5,0	-
	Niezrozumienie pojęć	3,3	5,1
W warunkach zadania	Nieuchwycenie zależności między danymi a poszukiwaną	30,0	22,8
	Niedostrzeganie problemu	16,7	28,6
	Niezrozumienie treści warunków zadania	10,0	18,6

1	2	3	4
	Nieumiejętność operowania większą liczbą danych	8,3	5,7
W planie rozwiązywania	Trudności w ustalaniu łańcucha zależności między danymi a poszukiwaną	40,0	-
	Trudności w dokonywaniu analizy i syntezy zadania	18,3	17,3
	Niewłaściwy dobór danych	15,0	16,0
	Nierozumienie działań	6,7	14,3
	Nieumiejętność ułożenia formuły matematycznej	3,3	6,3
	Ujmowanie liczb bez względu na miana	-	14,3
W rozwiązywaniu zadań	Trudności w ustalaniu kolejności działań i wprowadzaniu nawiasów	16,3	2,8
	Słaba sprawność i nieumiejętność wykonywania operacji rachunkowych	3,3	14,4
W sformułowaniu odpowiedzi	Trudności w dokonywaniu analizy i syntezy zadań	8,4	10,6
	Trudności w samym sformułowaniu odpowiedzi	1,7	9,7
W sprawdzeniu poprawności rozwiązania	Brak zrozumienia związków między działaniami	13,3	5,7
	Nieumiejętność uzasadniania rozwiązania	10,0	16,0

Największe trudności mają uczniowie przy układaniu planu rozwiązywania zadania. Pobieżne czytanie treści, niezrozumienie jej oraz przechodzenie do działań na liczbach bez analizy i syntezy treści zadania prowadzi do niewłaściwego doboru danych i działań.

Druga grupa trudności dotyczy ustalania zależności między danymi a poszukiwaną. Wynikają one z niezrozumienia ogólnej struktury zadania tekstowego wymagającego dużej poprawności w uogólnianiu

oraz niezrozumienia sytuacji problemowej zadania. Pozostałe trudności wynikają z braku podstawowych umiejętności matematycznych, takich jak: umiejętność odczytywania danych zapisywanych słowami, umiejętności obliczeniowe itp.

Wynikiem nasilenia trudności był ostateczny rezultat rozwiązywania zadań. Poprawnie rozwiązało zadania tylko 44,5 % uczniów, częściowo poprawnie 24,3 %, błędnie 22,1 %, brak rozwiązania zanotowałem u 9,1 % badanych.

Po badaniach wstępnych wykonałem próbę polegającą na tym, że uczniowie, którzy rozwiązywali poprzednio zadania częściowo, błędnie i w ogóle nie podjęli prób rozwiązania, poddani zostali kolejnym podwójnym badaniom serią trzech zadań. W pierwszym badaniu uczniowie otrzymali tylko polecenie rozwiązania zadań i dlatego zaledwie 38,4 % rozwiązało je poprawnie, 28,4 % częściowo poprawnie, 25,4 % błędnie i 7,8 % nie podjęło wcale prób rozwiązań. Natomiast do powtórnego rozwiązania tych zadań wprowadziłem ułatwienie polegające na wspólnym zilustrowaniu sytuacji /rysunek konkretny lub schematyczny/ i sporządzeniu matematycznego zapisu treści. Potem uczniowie pracowali już samodzielnie. Uzyskane wyniki wskazują, że po udzieleniu pomocy uczniom w pokonaniu trudności, odsetek tych, którzy poprawnie rozwiązały zadania wzrósł o ponad 35% - do poziomu 73,9 %.. Częściowo poprawnie rozwiązało zadania 11 %, błędnie 12,3 %, a nie podjęło prób rozwiązań 2,8 %. Stąd wypływa wniosek o konieczności wdrażania uczniów różnymi sposobami do pokonywania trudności.

#### 4. Próby wdrażania uczniów do pokonywania trudności

O wdrażaniu uczniów do samodzielnego pokonywania trudności można mówić tylko wtedy i tam, gdzie nauczyciel i szkoła podejmą zadania w tym zakresie. W pracach tych uwzględniłamy, wśród wielu zadań kilka najważniejszych. Oto one:

1. Rozpoznanie możliwości dzieci w zakresie: zdolności matematycznych, umiejętności, zainteresowań, a także luk, trudności, języka matematycznego, tempa pracy, stopnia pewności w poprawnym wykonywaniu swojej pracy itd.
2. Dobrze rozplanowanie materiału programowego z uwzględnieniem właściwego doboru zadań bez luk w strukturach, doboru metod



i organizacji procesu dydaktycznego.

3. Opracowanie i wdrażanie sposobów rozwijania zdolności zainteresowań matematycznych.

4. Wprowadzenie w kontaktach uczniów z nauczycielami atmosfery pracy, życzliwości, samooceny, samokontroli.

5. Stałe podnoszenie wiedzy merytorycznej nauczycieli, ich doświadczenia, optymalnego przygotowywania się do lekcji itp.

Przestrzeganie wymienionych i dalszych zadań pozwoliło wypracować w konkretnej klasie system pracy zapewniający wdrażanie uczniów do samodzielnego pokonywania trudności w uczeniu się matematyki. W badaniach pod moim kierunkiem dopracowaliśmy się elementów takiego "systemu", z którego najważniejsze omawiam w dalszej części artykułu.

I. Zaproponowaliśmy - jako pierwszy składnik systemu wdrażania uczniów do pokonywania trudności w uczeniu się matematyki, uwzględnianie przy rozwiązywaniu zadań tekstowych następujących etapów tego rozwiązania, z położeniem nacisku na różne elementy tych etapów w zależności od potrzeb:

- 1/ dobór zadania, jego tematyki i struktury,
- 2/ zapoznanie uczniów z treścią zadania,
- 3/ analiza treści zadania połączona z serią pytań i ćwiczeń rozwijających zdolności matematyczne,
- 4/ matematyczny zapis treści zadania,
- 5/ rozbiór zadania z zastosowaniem graficznych schematów,
- 6/ rozłożenie planu rozwiązania jako realizacji jednej z metod rozbioru,
- 7/ rozwiązanie zadania wybranymi sposobami z doprowadzeniem nawet dodatkowo do wzoru i równania /tam, gdzie to jest możliwe/,
- 8/ sprawdzenie wyniku z treścią zadania,
- 9/ sformułowanie i zapisanie odpowiedzi.

Jest to propozycja optymalnego algorytmu systemu pracy przy każdym zadaniu tekstowym. W zależności od możliwości uczniów można niektóre ogniwa tego algorytmu przeskakiwać, a więc dostosowywać do indywidualnego przebiegu myślenia konkretnych uczniów, u których wysoki poziom myślenia charakteryzuje się /w trakcie jego przebiegu/ nie kolejnymi /poszczególnymi/ etapami, a skokami.

II. D r u g i m składnikiem tego systemu było ćwiczenie czytania cichego ze zrozumieniem. Obejmowało ono: a/ ćwiczenie samej techniki czytania /głośne i potem ciche/, b/ przykłady czytania zdań tekstowych przez nauczyciela i niektórych uczniów z okazywaniem i podkreślaniem elementów matematycznych oraz związków i zależności matematycznych, c/ szukanie terminów matematycznych, pojęć, określeń słownych liczb i operacji itp. w treści zadań w czasie czytania cichego, d/ omawianie tematyki zadań struktury ogólnej i jej elementów, języka matematycznego, e/ układanie zadań do podanej tematyki, terminów i danych.

III. T r z e c i m składnikiem była g r a f i c z n a interpretacja treści zadań. W tym zakresie stosowaliśmy: matematyczny zapis treści zadania oraz graficzne schematy planu rozwiązania zadań. Były to: a/ zapis graficzno-liczbowy /rysunek konkretny i liczbowy/, b/ zapis graficzno-słowno-liczbowy /rysunek schematyczny, określenia słowne i liczby/, c/ zapis słowno-liczbowy/ określenia słowne i liczby/. Sposobów matematycznych zapisów treści zadań może być więcej, a ich przydatność w rozwijaniu myślenia, zapobieganiu błędom w rozumowaniu oraz wdrażaniu do samodzielności w układaniu planu dochodzenia do właściwego rozwiązania jest wyjątkowo duża. Zapobiegają one również popełnianiu błędów w momencie układania kolejności obliczeń rachunkowych, pomagają także w przewidywaniu kolejności działań i wzajemnych zależności między nowymi liczbami, które ujawnione zostaną w wyniku kolejnych obliczeń rachunkowych.

IV. C z w a r t y m składnikiem systemu wdrażania uczniów do pokonywania trudności było uczenie rozumienia ogólnej struktury zadań tekstowych. Odbywało się ono w płęciu różnych etapach. Najczęściej polegało to na wychodzeniu od uogólnienia, a więc na określaniu słownym rodzaju, typu i ogólnej struktury zadania. Uczniowie mieli od razu pełną jasność zadania, które rozwiązują, operowali przy tym językiem matematycznym zapobiegając trudnościom, które mogły wystąpić przy rozwiązywaniu, spowodowane niezrozumieniem sprawy ze struktury zadania. Występowało to jednak wtedy, gdy uczniowie już zetknęli się z danym typem zadania lub z zadaniem należącym wprawdzie do innego typu, ale tej samej grupy.

Drugi etap to określanie wypracowanych wspólnie z uczniami na specjalnie dobranych przykładach struktur ogólnych zadań. Najpierw przedstawiano je za pomocą różnorodnych czynności, np.: przedstawianie konkretne za pomocą czynności i manipulacji przedmiotami czy zbiorami, za pomocą konkretnych ilustracji czynności, werbalne - przez odtwarzanie z pamięci wykonanych czynności, formułowanie pytań i odpowiedzi, przedstawianie graficzno-symboliczne itp. Taki sposób ułatwienia uogólniania można określić jako modelowanie struktur zadań tekstowych.

Trzeci etap uczenia rozumienia struktury ogólnej zadań występował na zakończenie rozwiązania zadania na lekcji. Było to więc określenie struktur zadań już rozwiązanych, a więc niejako uogólnienie całego procesu. Występowało to w nowej grupie zadań, względnie przy utrwalaniu uogólnienia w postaci kolejnego zastosowania.

Czwartym etapem było samo rozwiązanie zadań, w trakcie którego uczniowie określali związki i zależności elementów zadania, zaś w piątym samodzielnie układali zadania do podanej struktury ogólnej i następnie samodzielnie budowali struktury ogólne zadań.

V. P i ą t y m składnikiem systemu było stosowanie z a j ę ć d y d a k t y c z n o - w y r ó w n a w c z y c h. Podstawowym warunkiem właściwego organizowania tych zajęć jest systematyczna rejestracja postępów poszczególnych uczniów. Jeżeli dla przykładu stwierdziliśmy, że część uczniów nie mogła dojść do uogólnienia, wtedy z zespołem tym pracowano dodatkowo, aby doprowadzić do pokonania trudności. W drugim wariancie organizowaliśmy dwa lub trzy podzespoły wyrównawcze, grupujące uczniów o innych trudnościach. Trzeci wariant stosowaliśmy przy indywidualnych przypadkach trudności. Rozwiązania w tym zakresie były różne, ale głównie pomagały tutaj metody czynnościowe i wiele środków pomocniczych.

Założyliśmy także stosowanie pochwał, zachęt i wyróżnień, aby "odreagować" uczniów od sytuacji trudnych, uwolnić ich od lęku przed niepowodzeniem, ośmieszeniem, negatywną oceną itp. W czasie zajęć dydaktyczno-wyrównawczych stosowano więc konkursy matematyczne, wprowadzono formy zajęć zuchowych, zabaw i gier /domino, szachy, warcaby i inne/, rozwiązywanie zagadek i pytań problemowych typu: co się stanie, jeżeli...? co należy zrobić, aby...?

VI. Systematyczna indywidualizacja ćwiczeń w nauczaniu matematyki to kolejny - szósty składnik tego systemu. W trakcie indywidualnej pracy nad wyrabianiem samodzielności w pokonywaniu trudności usprawialiśmy wyodrębnianie związków i zależności między liczbami. Były to zależności wzajemne odwrotne między działaniami, rodzajami porównywania oraz rodzajami mianowania liczb. Ćwiczenia w tym zakresie polegały na szukaniu składników na podstawie sumy, składnika na podstawie sumy i drugiego składnika, dzielnej, dzielnika, czynników itd. w tabelkach funkcyjnych, na grafach i działaniach.

Ciekawym ćwiczeniem było wykrywanie działań na podstawie danych liczb na grafach zwykłych, organigramach i figurach geometrycznych. Zestawialiśmy elementy, które miały ze sobą związki w czterech rodzajach porównywania, porządkowaliśmy liczby, stosowaliśmy cztery porównywania w stosunku do tej samej wielkości. Prowadziliśmy również ćwiczenia w szukaniu zależności między jednostkami miar i wielkościami mianowanymi na cennikach obrazkowych, w czynnościach mierzenia, odmierzenia, ważenia itp.

Wdrażaliśmy ponadto do dostrzegania związków i ustalania zależności między wielkościami poprzez układanie i przekształcanie zadań, ich rozbudowywanie i uzupełnianie. Ciekawym ćwiczeniem było układanie zadań na podstawie rysunku i wzoru lub pytania, na podstawie danych liczbowych i rysunku konkretnego lub schematycznego. Szczególnie ważne były ćwiczenia polegające na zmianie lub uzupełnianiu brakujących danych, zmianie pytań, dobudowywaniu elementów zadań i zmianie ich struktur. Indywidualizacja tak rozumiana wynikała ze szczegółowego programu ćwiczeń i zestawu zadań w zakresie pokonywania trudności. Tam jednak, gdzie trudności nie były sygnalizowane pomijano przewidywane części tego programu, aby realizować następne dla przyspieszenia ich opanowywania.

##### 5. Wybrane wyniki eksperymentu

Wyniki eksperymentu przeprowadzonego na populacji 556 uczniów klas I-III dotyczą danych z pięciu comiesięcznych badań. Wynika z nich, że wyższe rezultaty uzyskiwały klasy eksperymentalne, gdyż odsetek wyników pozytywnych w tych klasach systematycznie

wzrastał kształtując się w granicach od 69,3 % po pierwszym miesiącu do 84,0 % w piątym miesiącu. W klasach kontrolnych odsetek wyników pozytywnych w każdym badaniu był znacznie niższy w przedziale od 46,2 % do 59,5 % /czwarte badanie/, przy czym raz wzrastał, innym razem malał /piąte badanie tylko 54,4 %/. Ogólny średni poziom wyników pozytywnych w klasach eksperymentalnych wyniósł 79,7 %, a więc był wyższy o 28,5 % od wyników klas kontrolnych /51,2 %/.

Zadanie pierwsze w każdym badaniu wymagało odpowiedzi na pytania oraz polecenia dotyczące wyodrębnienia wielkości danych, ustalania związków między liczbami, szukania związków bezpośrednich przez pośrednie i łączenia danych mających związki bezpośrednie i pośrednie. Poziom rozwoju myślenia w tych zakresach w klasach eksperymentalnych systematycznie wzrastał od 68,4 % w pierwszym badaniu do 85,1 % w piątym badaniu i osiągnął średni wynik 79,7 %, podczas gdy w klasach kontrolnych średni tylko 52,4 %, a więc o 27,3 % mniej /w pierwszym badaniu 44,8 %, w piątym 56,9 %/.

Poziom umiejętności samodzielnego rozwiązywania zadań ustalony na podstawie drugiego zadania w każdym badaniu, gdzie o sposobie rozwiązania decydowali sami uczniowie, wykazał, że klasy eksperymentalne uzyskały średni wynik 75,2 %, wyższy o 26,4 % od wyniku klas kontrolnych /48,8 %/. Rezultaty kolejnych badań rozkładają się w granicach od 66,9 % do 83,3 % w klasach eksperymentalnych oraz 49,2 % do 54,6 % /czwarte badanie i 48,7 % piąte badanie/ w kontrolnych. Są one jeszcze zróżnicowane w matematycznym zapisie treści zadań, w sposobach i poprawności rozwiązań oraz formułowaniu odpowiedzi.

Należy również stwierdzić, że w przypadku klas eksperymentalnych zaobserwowano dość duży dynamizm wzrostu rozumienia zadań, wytrwałości pracy uczniów i samodzielności. Świadczy to także o pozytywnym wpływie wdrażania uczniów do pokonywania trudności w uczeniu się matematyki.

## 6. Wnioski dla praktyki

Jak wynika z treści artykułu sformułowane na początku stwierdzenia, że trudności w uczeniu się matematyki wyływają głównie z tego, iż dotychczasowe poglądy na sposoby nauczania tego przed-

miotu są przestarzałe i że matematyki trzeba uczyć zupełnie inaczej niż to zna dotychczasowa praktyka, jest słuszne. Rozwiązanie problemu wymagać będzie wielu lat poszukiwań w dostosowaniu metod nauczania i uczenia się matematyki do struktury treści matematycznych, rozwijania na tej podstawie zdolności matematycznych i wdrażania uczniów do samodzielnego pokonywania trudności.

Badania nasze potwierdziły, iż trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych występują w poszczególnych etapach procesu rozwiązywania i dotyczą elementów wymienionych w zestawieniu. Najwięcej trudności mają jednak uczniowie przy układaniu planu rozwiązania zadania. Pobieżne czytanie treści, niezrozumienie jej oraz przechodzenie do działań na liczbach bez analizy treści zadania prowadzi do niewłaściwego doboru danych i działań. Drugą główną grupą trudności dotyczy ustalania zależności między danymi a poszukiwaną. Wynikają one z niezrozumienia ogólnej struktury zadania tekstowego wymagającego dużej poprawności w uogólnieniu oraz z niezrozumienia sytuacji problemowej zadania. Pozostałe trudności wynikają z braku podstawowych umiejętności matematycznych, takich jak: umiejętność odczytywania danych zapisanych słowami, umiejętności obliczeniowe itp.

Wdrażanie uczniów do samodzielnego pokonywania trudności w uczeniu się matematyki powinno obejmować wszystkie elementy wymienione w założeniach naszego eksperymentu /punkt 4/, a przede wszystkim wymaga wypracowania w konkretnej klasie systemu pracy zapewniającego pełny rozwój zdolności matematycznych u wszystkich uczniów, wdrażającego zarazem do samodzielnego pokonywania trudności w myśleniu matematycznym. Powinien on obejmować: algorytm czynności rozwiązywania zadań tekstowych, ćwiczenia czytania ze zrozumieniem zadań tekstowych, różne sposoby graficznej interpretacji treści zadań i graficznego modelowania planu rozwiązania, etapy uczenia rozumienia ogólnej struktury zadań tekstowych, stosowanie zajęć dydaktyczno-wyrównawczych, indywidualizacji oraz wszystkich tych metod, które uwzględniają czynnościowe nauczanie matematyki.

PRZYPISY

- <sup>1</sup>Piaget J., Dokąd zmierza edukacja, PWN, Warszawa 1977, s.24
- <sup>2</sup>Stucki E., Sukces w metodzie, "Głos Nauczycielski" 1974, nr 39; Przyspieszenie rozwoju zdolności myślenia w nauczaniu początkowym, WSP, Bydgoszcz 1975; Rozwijanie zdolności matematycznych w nauczaniu początkowym, WSP, Bydgoszcz 1978
- <sup>3</sup>Bandura L., Trudności w procesie uczenia się, PZWS, Warszawa 1968
- <sup>4</sup>Pieter J., Psychologia uczenia się, PZWS, Warszawa 1961
- <sup>5</sup>Spionek H., Psychologiczna analiza trudności i niepowodzeń szkolnych, PZWS, Warszawa 1970; Zaburzenia rozwoju uczniów a niepowodzenia szkolne, PWN, Warszawa 1973
- <sup>6</sup>Tomaszewski T., Wstęp do psychologii, PWN, Warszawa 1963
- <sup>7</sup>Dewey J., Jak myślimy, KiW, Warszawa 1957
- <sup>8</sup>Cydzik Z., Metodyka nauczania początkowego, PZWS, Warszawa 1968
- <sup>9</sup>Putkiewicz Z., Pomagajmy uczniom myśleć, NK, Warszawa 1964
- <sup>10</sup>Cydzik Z., Metodyka..., op.cit.,
- <sup>11</sup>Hawlicki J., Rozwijanie uzdolnień matematycznych w nauczaniu początkowym, "Życie Szkoły" 1969, nr 1
- <sup>12</sup>Galant J., Proces dydaktyczno-wychowawczy w klasach I-IV, PZWS, Warszawa 1972
- <sup>13</sup>Stucki E., Rozwijanie..., op.cit.,
- <sup>14</sup>Porębska M., Analiza procesu rozwiązywania zadań tekstowych, "Studia Pedagogiczne", t. IV, Ossolineum, Wrocław 1957
- <sup>15</sup>Cydzik Z., Metodyka..., op.cit.,
- <sup>16</sup>Lompscher J., /red./, Psychologia uczenia się w nauczaniu początkowym, WSiP, Warszawa 1976
- <sup>17</sup>Tyszkowa M., Czynniki determinujące pracę szkolną dziecka, PWN, Warszawa 1964

- 18 Krygowska Z., Aktywizacja dzieci w nauczaniu matematyki, "Oświata i Wychowanie" 1976, nr 6
- 19 Dobrołowicz W., Kierowanie myśleniem przy rozwiązywaniu zadań tekstowych, "Życie Szkoły" 1973, nr 2
- 20 Cydzik Z., Metodyka..., op.cit.,
- 21 Hawlicki J., Stopniowanie trudności w rozwiązywaniu trudnych zadań, "Życie Szkoły" 1966, nr 10

TRAINING PUPILS OF LOWER FORMS IN ORDER TO OVERCOME  
DIFFICULTIES IN LEARNING MATHEMATICS

Summary

The author shows the experimentally proved system of work, training pupils of lower forms in order to overcome difficulties in learning mathematics. Generally speaking this system includes:

- all stages of solving text exercises;
- training silent reading in order to understand exercises and instructions;
- application of graphic interpretation to exercises;
- teaching understanding the general structure of exercises;
- systematic individualisation of exercises;