

JOLANTA MAKAREWICZ

WSP w Bydgoszczy

Z BADAŃ NAD KSZTAŁTOWANIEM POJEĆ GEOMETRYCZNYCH U UCZNIÓW KLAS POCZĄTKOWYCH

Wstęp

Nauczanie geometrii w klasach początkowych ma na celu wprowadzenie uczniów w matematyczną metodę ujmowania stosunków przestrzennych otaczającego świata. Nauka geometrii rozpoczyna się od prymitywnego modelowania rzeczywistości. Dziecko obserwuje świat, kształty otaczającego go świata przedmiotów, rysuje, modeluje, itp. Ten bogaty zestaw doświadczeń, jak podkreśla J. Łatowa "prowadzi do bardzo naiwnego schematyzowania geometrycznego, by dojść do coraz bardziej abstrakcyjnego opisu, przechodzącego w teorię geometrii związaną z poglądowymi źródłami"¹. Można więc rzec, że kształtowanie pojęć geometrycznych rozpoczyna się wówczas, gdy niemowlę uczy się rozpoznawać przedmioty, gdy dotykiem bada ich kształty, gdy zaczyna uświadamiać sobie ich wzajemne położenie przestrzenne.

Kolejny etap edukacji geometrycznej przypada na okres przedszkolny, w którym "dzięki odpowiedniej organizacji pracy dydaktycznej, zastosowaniu właściwych metod i środków dydaktycznych można kształtować pełnowartościowe pojęcia"². Te ostatnie mają jednak charakter intuicyjny, przyswojone drogą postrzegania globalnego, jak twierdzi E. Stucki, pozwalają powiązać geometrię z praktyką życiową³. Stanowią więc podstawę, na której nauczyciel powinien opierać się podczas kształtowania pojęć geometrycznych na wyższym poziomie. Z tego też wynika, że dziecko rozpoczyna naukę szkolną z pewnym zasobem pojęć geometrycznych.

Badania naukowe P. Galpierina, D. Elkonina, W. Dawydowa, B. Strupczewskiej, J. Piageta⁴ dotyczące rozwoju możliwości poznawczych dzieci w młodszym wieku szkolnym skłaniają nas do przekonania, że geometrii

należy uczyć możliwie wcześniej. Obecny program dla klas I-III zawiera więcej treści geometrycznych niż dawniejsze. Z drugiej zaś strony — stwierdza Z. Semadeni — “brakuje nam tradycji i doświadczeń wskazujących, jakie metody nauczania geometrii są najwłaściwsze”⁵.

Złożoność procesu kształtowania pojęć geometrycznych powoduje, że nauczyciele napotykają na poważne trudności w tym zakresie, a praktyka pedagogiczna poważnie odbiega od teoretycznych ustaleń. Przyczyna takiego stanu rzeczy tkwi między innymi w tym, że opracowania teoretyczne i wskazania praktyczne dotyczące nauczania geometrii są ubogie, a do tego rozproszone w licznych czasopismach i książkach często trudno dostępnych dla nauczycieli.

Jak więc nauczać geometrii wczesnoszkolnej? W tym zakresie nie podejmowano dotąd w Polsce szerszych badań, pomimo że efekty dotychczasowej edukacji geometrycznej dzieci młodszych, jak z licznych badań wynika, nie są zadowalające.

Niniejsze opracowanie nie odpowie w pełni na powyższe pytanie, gdyż zagadnienie doskonalenia wczesnoszkolnego nauczania geometrii wymaga o wiele szerszych i dłużej trwających badań, w porównaniu z tymi, które zostaną tu omówione.

O podjęciu badań w tym zakresie zdecydowały wnioski wynikające z analizy literatury przedmiotu, konspektów i stenogramów lekcji geometrii realizowanych w klasach I-III oraz badań ankietowych przeprowadzonych wśród nauczycieli uczących matematyki z województw: bydgoskiego, pilskiego, wrocławskiego i toruńskiego.

Z powyższych analiz wynika, że niewielu nauczycieli, bo tylko 13%, kształtuje elementarne pojęcia geometryczne według etapów podanych przez W. Okonia. Dlatego też powyższy problem domaga się eksperymentalnego zbadania. Zatem celem niniejszego opracowania jest wykazanie w jakim stopniu możliwe jest i jakie daje efekty kształtowanie pojęć geometrycznych według teorii W. Okonia.

1. Psychologiczne i pedagogiczne podstawy kształtowania pojęć geometrycznych

Na wstępie ustalone zostaną znaczenia podstawowych terminów, którymi posługiwano się w tym opracowaniu. Najczęściej występować będą:

pojęcia, pojęcia elementarne, elementarne pojęcia geometryczne, kształtowanie elementarnych pojęć geometrycznych.

Zgodnie z założeniem marksistowskiej teorii poznania, pojęcie w sensie logicznym należy rozumieć, jak twierdzi A. Schaff, jako znaczenie słowa (wyrażenia), w którym znajduje swe odbicie "ogół ogólnych i istotnych cech określonej klasy przedmiotów z uwzględnieniem skomplikowanych związków i stosunków tych cech, poznanych przez naukę w danym etapie jej rozwoju"⁶. Współcześni psychologowie formułują wiele określeń tego terminu, jednak ich wspólnym mianownikiem jest — zdaniem L. Wołoszynowej — uznanie pojęcia jako "myślowe (abstrakcyjne) odbicie ogólnych własności rzeczy i zjawisk, powstające w wyniku uogólnienia tych własności"⁷.

Dziecko przyswaja sobie pojęcia na coraz wyższym poziomie ogólności w toku nauki szkolnej, jednak ich charakterystyczną cechą jest to, że podkreśla się w nich i wyodrębnia cechy i właściwości najbardziej ogólne i istotne. Pierwsze najbardziej elementarne pojęcia są wynikiem bezpośrednich kontaktów dziecka z innymi dziećmi, ludźmi dorosłymi oraz otaczającymi go przedmiotami. Charakterystyczną właściwością tych pojęć jest ich konkretna, zmysłowa treść powstała w wyniku bezpośredniego spostrzegania przedmiotów i ich cech za pomocą zmysłów.

Zatem, według T. Poznańskiej⁸, pojęcia elementarne występują w ramach bezpośredniego, zewnętrznego poznania rzeczywistości. Są to uogólnienia postrzegania zmysłowego, kształtujące się na gruncie ludzkich wyobrażeń. W takich przypadkach nie wychodzimy poza to, co bezpośrednio dane w zmysłowym postrzeganiu rzeczywistości.

Umysł człowieka nie ogranicza się do odzwierciedlania, postrzegania otaczających go przedmiotów, jedynie za pomocą zmysłów, gdyż wiedza zdobywana tą drogą miałaby charakter powierzchowny, zewnętrzny. Stąd myśl człowieka sięga do takich pojęć, którym nie odpowiadają konkretne przedmioty. Chociaż wyprowadzane są one za pomocą uogólnień z bezpośredniego porównywania przedmiotów, to jednak są rezultatem rozważań nad skomplikowanymi powiązaniem tych przedmiotów. W. Okoń nazywa takie pojęcia naukowymi⁹.

W toku nauczania początkowego, w odniesieniu do geometrii uczeń zdobywa pojęcia na poziomie elementarnym. W literaturze jednak nie natrafiono na wyraźne określenie geometrycznych pojęć elementarnych, zatem podjęto próbę ich sformułowania. **Z a e l e m e n t a r n e p o j ę c i a**

g e o m e t r y c z n e przyjęte, które powstają w umyśle dziecka na podstawie bezpośredniego, zmysłowego poznawania figur, ich wzajemnego położenia oraz zmian zachodzących w tym położeniu.

“Do pojęć abstrakcyjnych, będących celem nauczania prowadzi droga od samorzutnej zabawy, przez celową działalność, najpierw konkretną, później umysłową”¹⁰. Tak rozumiana poglądowość jest podstawą, na której opiera się cała koncepcja obowiązującego programu nauczania matematyki dla klas początkowych.

Współczesna polska dydaktyka matematyki ustala prawidłowości kształcenia na podstawie konfrontacji operatywnego charakteru matematyki z psychologiczną teorią interioryzacji. Z tego właśnie powodu w nauczaniu początkowym matematyki respektuje się drogę “od konkretnego do abstrakcji matematycznej” i określa się ją mianem czynnościowego nauczania matematyki¹¹. Dla geometrii charakterystyczna jest droga — od konkretnych czynności, przez odpowiednie reprezentacje graficzne, aż do abstrakcyjnego pojęcia.

Jedno z najbardziej podstawowych, jakościowych przeobrażeń, jakiemu myślenie ulega w okresie pomiędzy 7 a 11 rokiem życia, polega na tym, że staje się ono samodzielną wewnętrzną czynnością poznawczą, operującą pojęciami, realizowaną w słowach i przebiegającą zgodnie z zasadami logiki. Ta nowa postać myślenia zwana bywa myśleniem pojęciowym, abstrakcyjnym, symbolicznym albo słowno-logicznym. Rozwój myślenia dziecka dokonuje się w młodszym wieku szkolnym na drodze interioryzacji czynności zewnętrznych opartych na spostrzeżeniach lub wyobrażeniach przedmiotów i przekształcania się tych czynności w operacje myślowe. Zgodnie z teorią stadiów myślowych J. Piageta dziecko w młodszym wieku szkolnym znajduje się w okresie kształtowania się i organizowania operacji konkretnych. Współczesna psychologia rozwojowa stoi na stanowisku, iż poszczególne fazy rozwoju myślenia nie są statycznie przypisane określonym grupom wiekowym, a wręcz w sposób dynamiczny mogą, a nawet powinny podlegać akceleracji.

Dziecko rozpoczynając naukę szkolną dysponuje już pewnym zasobem słów i pojęć z geometrii, ale stopień uświadomienia sobie ich treści znaczeniowej jest jeszcze stosunkowo ograniczony, dlatego też na okres wczesnoszkolny przypada ważne zadanie: systematyczne kształtowanie pojęć, wzbogacanie ich zakresu i treści znaczeniowej.

Zachowanie ciągłości w kształtowaniu pojęć geometrycznych dzieci

i młodzieży jest podstawą rozwoju prawidłowego myślenia matematycznego i należy do grupy najważniejszych zagadnień procesu dydaktycznego. Nie może więc przebiegać żywiołowo, lecz w sposób wysoce przemyślany, zaplanowany i zorganizowany. Jednocześnie powstałe w umyśle dziecka pojęcie jest wynikiem jego świadomego wysiłku nad uogólnieniem cech przedmiotów poprzez zestawienie ich z innymi przedmiotami, zatem kierowanie procesem kształtowania pojęć nie należy do czynności łatwych.

Wymieniana już dialektyczna droga od konkretnego do abstrakcyjnych pojęć geometrycznych prowadzi przez pewne etapy pośrednie. Istnieją różne teorie psychologiczne i pedagogiczne opisujące tę drogę. J. Bruner¹² wyróżnia trzy sposoby przedstawiania pojęć:

- reprezentacja przez działanie (enaktywna). Jest to wiedza o czymś, zawarta w umiejętności wykonywania,
- reprezentacja graficzna (ikoniczna). To zbiór sumarycznych obrazów przedstawiających pojęcie bez określenia go w pełni,
- reprezentacja symboliczna, której przykładem może być opis słowny oraz formuły matematyczne.

Natomiast Z. P. Dienes¹³ wyróżnia sześć etapów przechodzenia od sytuacji konkretnej do abstrakcyjnych pojęć matematycznych:

- etap swobodnej zabawy,
- etap gry z ustalonymi regułami,
- etap porównywania różnych gier i szukania wspólnych treści matematycznych,
- etap graficznej reprezentacji gier,
- etap symbolicznego opisu różnych reprezentacji,
- etap dedukcyjny.

J. Walczyna¹⁴ formułuje pięć głównych faz przechodzenia od czynności zewnętrznych do umysłowych:

- faza orientacji: zapoznanie się ze wzorem czynności, która ma być wykonana otrzymanymi od dorosłych instrukcjami,
- faza wykonywania samych czynności na przedmiotach rzeczywistych bądź na materialnej reprezentacji przedmiotów,
- faza wykonywania czynności na przedmiotach wyobrażonych przez głośne operowanie odpowiednimi nazwami,
- faza przejścia od mowy głośnej do mowy cichej,

– faza czynności umysłowych odbywających się bez uświadomienia sobie ich przebiegu.

Polski pedagog W. Okoń opracował założenia teoretyczne procesu kształtowania pojęć, które są zgodne z dialektyczną teorią poznania. Autor wyróżnił trzy podstawowe ich stadia:

– kojarzenia nazw z odpowiadającymi im przedmiotami. Jest to stadium wstępne, przygotowujące do właściwego kształtowania pojęć. Chodzi tu głównie o to, aby właściwe słowo kojarzyło się uczniowi z właściwymi przedmiotami i zjawiskami oraz żeby zostało właściwie utrwalone,

– kształtowanie elementarnych pojęć. W tym procesie można wyróżnić następujące etapy czynności uczniów¹⁶:

a) zestawienie przez uczniów danego przedmiotu z innymi w celu wyodrębnienia go spośród innych, np. trójkąta z kołem, kwadratem i innymi prostokątami,

b) wyszukiwanie cech wspólnych (generalizacja), a więc szukanie tego, co jest wspólne dla różnych trójkątów,

c) wyszukiwanie cech różniących dane rzeczy lub zjawiska od innych (odróżnicowywanie). Chodzi tu zarówno o cechy zasadnicze, jak np. ilość boków, kątów, wierzchołków oraz o nieistotne cechy drugorzędne, np. wielkość kątów, długość boków, itp.,

d) określenie przez uczniów danego pojęcia na podstawie znajomości cech istotnych danej rzeczy i zjawiska. Jest to właściwy moment uogólnienia

– tworzenie pojęcia elementarnego

– rozwijanie pojęć naukowych.

Opanowanie pojęć elementarnych nie stanowi jeszcze podstaw do tego, aby uznać, że uczniowie przyswoili sobie określony system wiedzy. Konieczne jest dalsze rozwijanie i przekształcanie tych pojęć w pojęcia naukowe. Proces kształtowania ich przebiega według tych samych etapów co kształtowanie pojęć elementarnych, jednakże podstawę do ich tworzenia stanowią konstytutywne cechy przedmiotów określające wewnętrzne związki i zależności między nimi.

W młodszym wieku szkolnym dzieci przede wszystkim kojarzą nazwy z przedmiotami oraz opanowują elementarne pojęcia. Zatem przedstawiona przez W. Okonia droga kształtowania pojęć jest jedną z dróg określającą możliwości świadomego kierowania tym procesem. Ma ona te zalety, że jest

zgodna z dialektyką procesu poznawczego, z zasadami czynnościowego poznawania matematyki oraz jest dostosowana do możliwości poznawczych uczniów klas niższych, albowiem określa tok postępowania — od konkretnego do abstrakcji.

Wyżej wymienione ustalenia zostały przyjęte jako podstawa teoretyczna do zbadania możliwości wczesnoszkolnego kształtowania elementarnych pojęć geometrycznych.

W dalszej części tego opracowania przedstawione i omówione zostaną wyniki badań eksperymentalnych nad tym zagadnieniem.

2. Organizacja badań własnych

Omawiane badania stanowią wycinek szerszych badań nad problemem: jak doskonalić proces dydaktyczny w zakresie wczesnoszkolnego nauczania geometrii. Zatem problematykę niniejszego opracowania można sformułować następująco: w jakim stopniu możliwe jest kształtowanie pojęć geometrycznych w klasach I-III według etapów podanych przez W. Okonia. W rozwiązaniu tego problemu towarzyszyła następująca hipoteza robocza: możliwe jest kształtowanie pojęć geometrycznych według podanych etapów, szczególnie zaś w klasie trzeciej.

Odpowiedzi na wyżej postawione pytania szukano w badaniach eksperymentalnych, które przede wszystkim miały wykazać, w jakim stopniu w prowadzona zmienna niezależna modyfikuje proces nauczania geometrii i wpływa na efekty dydaktyczno-wychowawcze.

Stąd też wynikają dwa rodzaje zmiennych:

– zmienna niezależna

kształtowanie elementarnych pojęć geometrycznych według etapów podanych przez W. Okonia,

– zmienna zależna

ogólne wyniki w zakresie nauczania-uczenia się geometrii uczniów klas I-III objętych badaniami wstępnymi i końcowymi.

W celu ustalenia faktów pracy dydaktyczno-wychowawczej klas objętych badaniami posługiwano się metodą eksperymentu i sondażu diagnostycznego.

Eksperyment pedagogiczny stanowił podstawową metodę badań i miał wykazać słuszność (lub bezzasadność) sformułowanych wyżej hipotez roboczych. Jego podstawą metodologiczną było zastosowanie kanonu jedynej różnicy J. St. Milla. Stosowano go techniką grup równoległych. Przedtem dokonano losowego wyboru grup porównawczych. Wybrane losowo klasy mieściły się w następujących miejscowościach: Szubin, Więcbork, Czersk, Inowrocław, Gostynin, Bydgoszcz-Fordon. W klasach tych przeprowadzono również pomiar inteligencji testem J. C. Ravena, aby ustalić klasy ekperymentalne i kontrolne.

O zakresie tego eksperymentu informuje Tabela 1.

Tabela 1. Zakres omawianego eksperymentu

Liczba	Klasy, w których						Razem
	weryfikowano zmienną niezależną (klasy ekperymentalne)			uczono w sposób tradycyjny (klasy kontrolne K)			
	I E	II E	III E	I K	II K	III K	Liczba
Klas	1	1	1	1	1	1	6
Uczniów	32	29	24	14	28	18	145

Badania ekperymentalne przebiegały w czterech etapach:

- a) przeprowadzenie w trzecim tygodniu roku szkolnego 1985/86 pomiaru początkowego zmiennej zależnej w grupach E i K;
- b) wprowadzenie do grupy E zmiennej niezależnej, w klasach kontrolnych nauczanie geometrii przebiegało według dotychczasowego trybu;
- c) przeprowadzenie na końcu roku szkolnego 1985/86, w tym samym czasie we wszystkich klasach badanych pomiaru końcowego zmiennej zależnej;
- d) przeprowadzenie pomiaru dystansowego zmiennej zależnej we wszystkich badanych klasach, po przerwie wakacyjnej, czyli na początku roku szkolnego 1986/87.

Ilościowy udział uczniów w poszczególnych etapach badań przedstawia Tabela 2. Z danych liczbowych wynika, że w kolejnych etapach badań

liczba dzieci była zmienna z przyczyn natury obiektywnej (absencja chorobowa, zmiany miejsca zamieszkania, reorganizacja szkoły).

Sondaż diagnostyczny przeprowadzono techniką obserwacji, wywiadem i analizą dokumentów.

Obserwacja miała charakter częściowy, a głównym jej zadaniem było zgromadzenie materiału w zakresie zachowania nauczycieli i uczniów podczas lekcji. Wywiad przeprowadzono z uczniami klas eksperymentalnych i kontrolnych, aby ustalić między innymi ich zainteresowania przedmiotami szkolnymi, a w tym i geometrią. Przedmiotem analizy dokumentów były wytwory prac dziecięcych stanowiące rozwiązania zadań z badań wstępnych, końcowych i dystansowych.

Tabela 2. Ilościowy udział uczniów w poszczególnych etapach badań

Klasy	Razem		Etapy badań					
	Klas	Uczniów przed eksperymentem	I		II		III	
			Liczba uczniów		Liczba uczniów		Liczba uczniów	
			E	K	E	K	E	K
I	2	46	32	14	31	14	31	14
II	2	57	29	28	29	27	28	27
III	2	42	24	18	22	18	22	18
Razem	6	145	85	60	82	59	81	59

3. Przebieg eksperymentu

Eksperymentalne nauczanie geometrii w klasach I, II i III prowadzone było przez cały rok szkolny. Lekcje przygotowywały nauczycielki wraz z autorką niniejszego opracowania. Przedtem brały one udział w badaniach instruktażowych. Celem takich spotkań było zapoznanie z teoretycznymi założeniami procesu kształtowania pojęć W. Okonia i wyjaśnienie praktycznego ich stosowania. Opracowano również kilka przykładowych konspektów lekcji, w trakcie których kształtowano pojęcia geometryczne.

Przyjęto następujące założenia teoretyczne i ich wyjaśnienia.

Punktem wyjścia do kształtowania elementarnych pojęć stanowił, wspomniany w poprzednich rozdziałach, proces kojarzenia nazwy z odpowiadającym jej przedmiotem. W przypadku geometrii ten proces rozpoczyna się już w przedszkolu. Tam dzieci poznają niektóre nazwy figur i ich wzajemnego położenia. W miarę rozwoju procesu myślenia, dzieci zaczynają odczuwać potrzebę dokładniejszego poznania. Jeżeli nauczyciel dostarczy im odpowiedniego zestawu przedmiotów, ich poznanie będzie dotyczyło ogólnych cech zewnętrznych danej grupy przedmiotów, wyodrębnionych w toku obserwacji. Stadium to jest niezwykle ważne, albowiem przygotowuje bezpośrednio do kształtowania pojęć naukowych.

Jak więc należy rozumieć poszczególne etapy występujące w procesie kształtowania elementarnych pojęć geometrycznych?

– zestawienie przez uczniów danego pojęcia z innymi w celu wyodrębnienia go spośród innych, np. trójkąta z prostokątami i kołem. Po wyodrębnieniu trójkąta spośród znanych już figur geometrycznych następuje zestawienie kilku przykładów trójkątów,

– wyszukiwanie cech wspólnych (generalizacja), a więc szukanie tego, co jest wspólne dla różnych trójkątów (ilość boków, wierzchołków, kątów),

– wyszukiwanie cech różniących (odróżnicowywanie) danych rzeczy. Chodzi tu zarówno o cechy różniące dane przedmioty między sobą (np. różne długości boków trójkątów, różne wielkości ich kątów), jak i zasadnicze cechy różniące dane przedmioty od innych (np. różne trójkąty od innych figur płaskich znanych dzieciom),

– określenie przez uczniów danego pojęcia na podstawie znajomości cech istotnych danej rzeczy. Jest to właściwy moment uogólnienia- tworzenia pojęcia elementarnego,

– zastosowanie nowego pojęcia w praktyce. Jest to moment, w którym sprawdzamy stopień zrozumienia nowego pojęcia przez uczniów. Powinni oni umieć zastosować, wykorzystać nowe pojęcia w nowych dla nich sytuacjach, zadaniach i ćwiczeniach.

Nauczycielki przeznaczyły średnio od 16 do 21 minut lekcji matematyki na wprowadzenie i kształtowanie nowego pojęcia, a w tym (jak z dokumentacji wynika): na pierwszy etap tego procesu poświęcały od 3 do 5 minut, na drugi 4 do 6 minut, trzeci - 3 do 4 minut, czwarty 2 do 3 minut i piąty 3,4 minuty. Analizując ten czas, wydaje się, że zbyt mało czasu poświęcano na

zastosowanie nowego pojęcia w praktyce. Nowo kształtowane pojęcia były utrwalane na następnych lekcjach geometrii. Dzieci rozwiązywały zadania pod kierunkiem nauczyciela, a w późniejszej fazie indywidualnie. Były to zadania typowe występujące w podręcznikach i zeszytach ćwiczeń.

W klasach kontrolnych kształtowanie pojęć geometrycznych przebiegało w sposób tradycyjny. Rozumiem przez to określenie dotychczas stosowane przez nauczycielki własne, wypracowane, a zarazem “intuicyjne” sposoby. Różnorodność ich sprawia, że trudno znaleźć, dla ich określenia, terminu naukowego. Zatem ten sposób kształtowania pojęć geometrycznych w klasach kontrolnych nazwałam żywiołowym. Ta wspomniana żywiołowość wynika z następujących faktów:

- zbyt małej, geometrycznej wiedzy teoretycznej nauczycieli,
- negatywnego nastawienia nauczycieli do tej dziedziny matematyki,
- niewielu metodycznych opracowań tych zagadnień w literaturze,
- brak znajomości podstawowych teorii dydaktycznych lub tylko brak konsekwentnego ich stosowania,
- małej ilości pomocy dydaktycznych.

Po zakończeniu eksperymentu przeprowadzono w grupach eksperymentalnych i kontrolnych badania końcowe, których wyniki zostaną poddane analizie w następnym podrozdziale.

4. Analiza wyników badań

Dla ułatwienia omówienia wyników badań zasobu pojęć geometrycznych u dzieci w wieku wczesnoszkolnym zostały one zestawione w Tabeli 3. Wybór ujętych w niej pojęć dokonany został w oparciu o aktualnie obowiązujący program nauczania w klasach I-III.

Tabela 3. Zestawienie pojęć geometrycznych, które kształtowano eksperymentalnie w poszczególnych klasach

Klasa I	Klasa II	Klasa III
stosunki przestrzenne: w lewo, w prawo, obok, wewnątrz, zewnątrz, stosunki wielkościowe: niższy, wyższy, grubszy, cieńszy, dłuższy, krótszy figury geometryczne koło, trójkąt, kwadrat, prostokąt jednostki długości centymetr	stosunki wielkościowe: dłuższy, krótszy figury geometryczne: odcinek, łamana, koło, trójkąt, kwadrat, prostokąt, czworokąt, równoległobok, odcinki prostopadłe obwód prostokąta jednostki długości centymetr, milimetr	figury geometryczne: odcinek, odcinki prostopadłe, odcinki równoległe krzywa łamana długość łamanej obwód wielokąta prostokąt trójkąt skala

Do sprawdzenia zasobu pojęć geometrycznych w poszczególnych klasach zastosowano sprawdzian z określoną dla każdej klasy punktacją (klasa I - max. 26 pkt., klasa II - max. 32 pkt., klasa III - max. 40 pkt.). Tabela 4 przedstawia wyniki ogólne badania zasobu pojęć geometrycznych w poszczególnych klasach i w kolejnych etapach.

Tabela 4. Wyniki uzyskane przez uczniów w poszczególnych etapach badań

KLA-SY	Uzyskane wyniki w kolejnych etapach								
	I			II			III		
	E	K	Różnica na korzyść E K	E	K	Różnica na korzyść E K	E	K	Różnica na korzyść E K
	\bar{x}	\bar{x}		\bar{x}	\bar{x}		\bar{x}	\bar{x}	
I	11,50	16,84	- 4,86	18,72	18,60	0,12	19,28	15,78	3,5
II	8,68	11,75	- 3,07	24,55	22,82	1,73	24,07	19,32	4,75
III	10,62	11,55	- 0,93	35,59	31,33	4,26	32,60	30,72	1,88

\bar{x} - średnia ilość punktów uzyskana przez uczniów w danej klasie

Już z pobieżnej analizy wyników ujętych w Tabeli 4 wynika, że we wszystkich klasach eksperymentalnych (w porównaniu z klasami kontrolnymi) nastąpił korzystny wzrost zasobu pojęć geometrycznych. W pierwszym etapie badań, uczniowie klas kontrolnych posiadali więcej pojęć geometrycznych niż ich koledzy z klas eksperymentalnych. Po całorocznym cyklu eksperymentalnego kształtowania pojęć, w klasach tych, u większej ilości uczniów niż w klasach kontrolnych pojęcia te ukształtowano. Stąd różnica wyników jest dodatnia dla klas eksperymentalnych. Badania dystansowe przeprowadzone po przerwie wakacyjnej wykazały, że zasób pojęć geometrycznych uczniów klas II i III eksperymentalnych jak i kontrolnych nieznacznie obniżył się, ale w dalszym ciągu różnica wyników była korzystna dla klas eksperymentalnych. Jedynie w klasie I eksperymentalnej znajomość tych pojęć była po wakacjach nieco wyższa.

Bardziej szczegółowa analiza wyników badań dokonana zostanie w odniesieniu do poszczególnych klas. I tak:

Klasa I

Tabela 5 ukazuje procentowy wskaźnik ilości dzieci, które poprawnie miały ukształtowane wymienione w tabeli pojęcia geometryczne w poszczególnych etapach badań, jak i w porównaniu klas eksperymentalnych i kontrolnych.

Tabela 5. Wyniki badań znajomości pojęć geometrycznych uczniów kl. I

Nazwa pojęcia	Uzyskane wyniki w poszczególnych etapach badań					
	I etap		II etap		III etap	
	E	K	E	K	E	K
	%	%	%	%	%	%
1	2	3	4	5	6	7
W lewo, w prawo	19,1	35,1	57,0	58,4	59,2	49,2
Obok, nad, pod	87,4	92,3	90,1	92,8	92,7	93,0
Wewnątrz, zewnątrz	22,2	43,1	48,3	52,1	56,2	40,1
Niższy, wyższy	72,7	94,2	99,3	95,1	93,1	93,1

Nazwa pojęcia	Uzyskane wyniki w poszczególnych etapach badań					
	I etap		II etap		III etap	
	E	K	E	K	E	K
	%	%	%	%	%	%
Grubszy, cieńszy, dłuższy, krótszy	63,6	87,4	81,3	92,1	99,4	90,3
Koło	74,5	97,2	98,0	99,4	100,0	90,2
Kwadrat	62,0	67,8	80,9	75,6	80,3	62,8
Trójkąt	52,6	85,1	87,8	88,4	94,1	84,3
Prostokąt	31,0	68,3	70,3	76,4	72,2	53,4
Centymetr	17,1	29,3	72,8	62,1	71,9	53,7
Średni odsetek	45,6	63,6	71,9	71,5	74,4	61,0

Przed rozpoczęciem eksperymentu bardzo mały odsetek uczniów klasy eksperymentalnej potrafił rozróżnić kierunki w prawo i w lewo (19,7%), podobnie jak pojęcia wewnątrz i zewnątrz (22,2). Tylko połowa uczniów poprawnie rozpoznawała trójkąt, a jeszcze mniej, bo tylko 31% — prostokąt. Dzieci również nie znały jednostki długości, jaką jest centymetr. Największy odsetek uczniów prawidłowo rozpoznawał i nazywał koło (74,5%) i kwadrat (62,0%) oraz określał położenie przedmiotów obok, nad, pod (87,4%).

Po zakończeniu eksperymentu w tej klasie, ponad 90% uczniów miało poprawnie ukształtowane pojęcia przestrzenne (obok, nad, pod), stosunki wielkościowe (niższy, wyższy, grubszy, cieńszy), figury geometryczne koło i trójkąt. Ponad 70% uczniów rozpoznawało poprawnie kwadrat, prostokąt oraz poprawnie określało jednostki długości. W dalszym ciągu dzieci miały trudności z określeniem stron oraz położeniem przedmiotu (wewnątrz, zewnątrz) — około 50%.

W badaniach dystansowych, które przeprowadzono po przerwie wakacyjnej okazało się, że poziom znajomości pojęć geometrycznych nieznacznie się podniósł.

Porównując wyniki uzyskane w pierwszej klasie kontrolnej i eksperymentalnej można stwierdzić, że odsetek uczniów, którzy opanowali pojęcia geometryczne przewidziane programem klasy pierwszej kształtował się

na tym samym poziomie (E -71,9%, K -71,5%). Jednakże przyrost znajomości pojęć geometrycznych w odniesieniu do badań początkowych jest korzystniejszy w klasie eksperymentalnej (26,3%), niż w klasie kontrolnej. Pomimo całorocznej nauki w tej klasie różnica poziomów znajomości tych pojęć jest nieznaczna (7,9%). Warto zauważyć, że program nauczania matematyki w klasie I obejmuje w zasadzie pojęcia geometryczne poznawane przez dzieci już w przedszkolu, zatem eksperymentalne nauczanie geometrii przyniosło pozytywny skutek. Również dodatni wpływ miało ono na trwałość wiedzy dzieci w badanym wycinku geometrii.

Klasa II

Program nauczania matematyki w klasie drugiej przewiduje więcej nowych pojęć geometrycznych dla ucznia niż w klasie pierwszej. Stąd badania prowadzone przed rozpoczęciem eksperymentu wykazały, że tylko 26,9% uczniów w klasie eksperymentalnej i 36,2% w klasie kontrolnej zetknęło się z omawianymi pojęciami. Wśród tych pojęć nieznanymi dla uczniów było pojęcie odcinka, odcinków prostokątnych, łamanej, obwodu trójkąta, prostokąta oraz uogólnione pojęcie czworokąta.

Tabela 6 przedstawia wyniki badań początkowych, końcowych i dystansowych w klasie II eksperymentalnej i kontrolnej.

Po przeprowadzonym eksperymencie zauważamy, że w porównaniu z klasą kontrolną znajomość pojęć geometrycznych jest wyższa w klasie eksperymentalnej (o 6,4%). Porównując wyniki badań końcowych z wynikami badań początkowych stwierdzamy, że przyrost znajomości omawianych pojęć jest również wyższy w klasach eksperymentalnych (o 15,7%). Eksperymentalne nauczanie geometrii pozwoliło uczniom w wyższym stopniu opanować pojęcia odcinka, trójkąta, kwadratu, prostokąta, obwodu trójkąta i prostokąta. Pozostałe pojęcia w obu klasach były ukształtowane na tym samym poziomie.

Tabela 6. Wyniki badań znajomości pojęć geometrycznych uczniów kl. II

Nazwa pojęcia	Uzyskane wyniki w poszczególnych etapach badań					
	I etap		II etap		III etap	
	E	K	E	K	E	K
	%	%	%	%	%	%
Dłuższy, krótszy	83,7	77,4	93,2	90,1	98,2	83,0
Odcinek	2,9	1,5	64,1	54,2	59,1	34,7
Odcinki prostopadłe	0	0	49,4	53,7	51,0	42,3
Łamana	2,0	0,2	67,3	62,3	67,1	63,1
Trójkąt	68,1	73,8	91,1	78,3	92,0	71,0
Kwadrat	33,7	59,7	84,1	79,4	80,7	73,1
Prostokąt	46,1	52,9	83,2	67,5	73,4	69,3
Czworokąt	4,4	6,1	61,0	57,8	59,6	55,4
Obwód trójkąta	0	0,4	83,7	70,9	69,1	51,3
Obwód prostokąta	0	0,1	76,6	69,4	80,3	49,9
Centymetr	53,0	48,0	93,2	95,0	93,0	74,3
Średni odsetek	26,9	36,2	77,1	70,7	75,2	60,7

Zestawiając wyniki badań końcowych i dystansowych zauważa się, że eksperymentalne nauczanie geometrii miało również swój korzystny wpływ na trwałość wiedzy geometrycznej. W klasie eksperymentalnej nastąpił nieznaczny, bo tylko 2% spadek znajomości pojęć, za to w klasach kontrolnych aż 10%.

Stwierdzić zatem można, że kształtowanie pojęć geometrycznych według etapów podanych przez W. Okonia jest w klasie II bardzo korzystne dla poziomu i trwałości pojęć geometrycznych uczniów.

Klasa III

Tabela 7 przedstawia dane uzyskane z badań.

Tabela 7. Wyniki badań znajomości pojęć geometrycznych uczniów kl. III

Nazwa pojęcia	Uzyskane wyniki w poszczególnych etapach badań					
	I etap		II etap		III etap	
	E	K	E	K	E	K
	%	%	%	%	%	%
Odcinek	27,4	28,3	93,2	90,3	89,3	89,7
Odcinki prostopadłe	42,1	49,7	74,3	69,4	73,1	65,4
Odcinki równoległe	2,3	10,3	86,4	72,3	77,3	64,0
Krzywa	0,1	0	92,0	85,4	74,3	79,7
Łamana	37,3	43,4	99,8	90,7	95,8	91,3
Długość łamanej	6,1	1,1	99,3	94,7	99,0	80,9
Obwód wielokąta	3,7	2,1	70,9	60,2	65,4	54,3
Prostokąt	63,4	53,9	99,3	94,3	90,3	95,0
Trójkąt	80,5	98,2	98,4	91,0	98,7	99,7
Skala	0	0	68,7	50,4	51,9	46,1
Średni odsetek	26,3	28,7	88,2	79,8	81,5	76,6

Kształtowanie pojęć geometrycznych w klasie III opiera się na pewnym doświadczeniu geometrycznym dziecka, które powstało na bazie dotychczasowej szkolnej edukacji oraz działalności pozaszkolnej. Stąd też uczniowie podczas badań początkowych wykazali znajomość pojęć trójkąta (63%) i prostokąta (80%). Pojęcia: odcinek, odcinki prostopadłe oraz łamana znało około 30% uczniów klasy eksperymentalnej, za to pojęcie krzywej, obwodu wielokąta oraz skali były dzieciom nieznane. Podobnie sytuacja przedstawiała się w klasie kontrolnej.

Po przeprowadzonym eksperymencie wyraźnie wzrosła liczba uczniów, którzy poznali pojęcia geometryczne przewidziane programem (o 61,9%). Uczniowie opanowali poprawnie pojęcia: odcinek, krzywa, łamana i jej długość, prostokąt, trójkąt, w mniejszym zaś stopniu pojęcia prostopadłości i równoległości odcinków, obwód wielokąta i skala.

Porównując wyniki sprawdzianu w drugim etapie stwierdzamy, że w

klasie eksperymentalnej 8,7% uczniów uzyskało wyższe wyniki niż w klasie kontrolnej.

Zauważyć można również, że eksperymentalne nauczanie geometrii miało pozytywny wpływ na trwałość pojęć geometrycznych uczniów klas III, którą badano po trzymiesięcznej przerwie.

Po tej analizie nasuwa się wniosek, że stosowanie w procesie kształtowania pojęć geometrycznych teoretycznych ustaleń W. Okonia wpłynęło korzystnie na zasób tych pojęć u uczniów na szczeblu początkowym. Szczególnie widoczny jest ten wpływ w klasie III, gdzie uczeń poznaje najwięcej nowych dla niego pojęć geometrycznych. Na pewno znaczny wpływ na ich zasób miał również rozwój umysłowy dzieci. Uczniowie klasy trzeciej myślą już nie tylko sensoryczno-motorycznie, ale coraz częściej ich myśl odrywa się od konkretnych przedstawień danego przedmiotu (pojęcia). Stąd też nasuwa się przypuszczenie, że uczniowie w tej klasie są również w stanie przyswoić i inne, nowe pojęcia geometryczne.

5. Podsumowanie i wnioski

Przedstawiony w niniejszym opracowaniu materiał badawczy potwierdza hipotezę roboczą, a więc zorganizowany proces dydaktyczny odnoszący się do kształtowania pojęć, w oparciu o etapy podane przez W. Okonia, wpływa korzystnie na zasób pojęć geometrycznych uczniów klas początkowych. Szczególnie korzystna jest ta zależność w klasach trzecich, co zostało ukazane w poprzednich podrozdziałach. Eksperymentalne nauczanie geometrii pozwoliło w klasach E, nie tylko wyrównać poziom z klasami K, ale nawet uzyskać lepsze wyniki.

Z drugiej zaś strony badania wykazały, że nie wszystkie pojęcia geometryczne zostały opanowane przez uczniów w stu procentach. Znacząco to, że powinno się im poświęcić więcej czasu, urozmaicić przykłady i ćwiczenia, zastosować inne metody.

Z powyższych stwierdzeń wynika, że eksperyment okazał się celowy, a wyniki niniejszego opracowania mogą się przydać w doskonaleniu pracy dydaktycznej związanej z omawianymi pojęciami geometrycznymi. Nasuwają się więc następujące wnioski:

1. Tworzenie zasobu pojęć geometrycznych wymaga nie tylko uformowania i rozwoju takich czynności, jak porównywanie, klasyfikowanie,

abstrahowanie, uogólnianie, lecz także ujmowanie stosunków i rozwoju takich cech, jak planowość, systematyczność oraz przewidywanie.

2. Geometria powinna być w centrum zainteresowania nauczycieli jej uczących, szczególnie w relacjach przekazywanych uczniom klas początkowych, bowiem geometria wczesnoszkolna stanowi fundament, na którym buduje się dalsze struktury tej wiedzy w klasach wyższych.

3. Rozwój i zasób pojęć geometrycznych zależy głównie od organizacji procesu dydaktycznego, w czasie trwania którego uwzględnione będą takie czynniki, jak: odpowiednie metody nauczania, właściwe sposoby kształtowania pojęć, prawidłowe formy pracy uczniów oraz bogate zestawy pomocy dydaktycznych.

PRZYPISY

- ¹ J. Łatowa: Kształtowanie pojęć geometrycznych. "Nauczanie Początkowe", Kielce 1979-80 s. 70
- ² H. Moroz: Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym. Warszawa WSiP 1982 s. 5
- ³ E. Stucki: O specyfice kształtowania pojęć geometrycznych w klasach I-III. "Oświata i Wychowanie" 1980 nr 3 s. 17-19
- ⁴ Z. Krygowska: Zarys dydaktyki matematyki. Warszawa WSiP 1979 cz.1 s. 85-89
- ⁵ W. G. Żytomirski, L. N. Szewrin: Geometria dla najmłodszych. Warszawa WSiP 1987 s. 109
- ⁶ A. Schaff: Wstęp do semantyki. Warszawa PWN 1960 s. 394
- ⁷ L. Wołoszynowa: Młodszy wiek szkolny. W: Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży, pod red. M. Żebrowskiej, Warszawa PWN 1976 s. 617-620
- ⁸ T. Poznańska: O kształtowaniu pojęć w klasach niższych. Warszawa WSiP 1976 s. 13
- ⁹ W. Okoń: Proces nauczania. Warszawa PZWS 1967 s. 127-130
- ¹⁰ B. Nawroczyński: Zasady nauczania. Wrocław Ossolineum 1961 s. 170
- ¹¹ Z. Krygowska: Zarys... op. cit. s. 92
- ¹² J. S. Bruner: Poza dostarczone informacje. "Studia z psychologii poznawania", Warszawa PWN 1978 cz.IV, V s. 532
- ¹³ Z. Semadeni: Nauczanie początkowe matematyki. Warszawa WSiP 1981 T.1, s. 61
- ¹⁴ J. Walczyna: Integracja nauczania początkowego. Wrocław Ossolineum s. 107
- ¹⁵ B. Nowecki: Kryteria i poziomy rozumienia pojęć matematycznych. "Oświata i Wychowanie" 1984 nr 9 s. 8-10
- ¹⁶ W. Okoń: Proces... op. cit. s. 129